

ПРЕДМЕТ

**СТАТИСТИЧКЕ МЕТОДЕ У БИОМЕДИЦИНСКИМ ИСТРАЖИВАЊИМА**

**ВЕЖБА БРОЈ 5**

**ХИ-КВАДРАТ ТЕСТ НЕЗАВИСНОСТИ**

**СЕНЗИТИВНОСТ И СПЕЦИФИЧНОСТ**

Copyright © 2018 – Факултет медицинских наука Универзитета у Крагујевцу. Сва права задржана. Без претходне писмене дозволе од стране Факултета медицинских наука забрањена је репродукција, трансфер, дистрибуција или меморисање неког дела или читавих садржаја овог документа, копирањем, снимањем, електронским путем, скенирањем или на било који други начин.

Copyright © 2018 – Faculty of Medical Sciences of University of Kragujevac. All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying,, recording, scanning or otherwise, without the prior written permission of Faculty of Medical Sciences.

**САДРЖАЈ**

**17.0 Вишеструка регресија**

**18.0 Хи-квадрат тест независности**

**19.0 Сензитивност и специфичност**

**20.0 Пирамида популације**

**21.0 Испитни задаци**

**17.0 Вишеструка регресија**

Вишеструка регресија није само једна техника већ породица техника помоћу којих се може истраживати веза једне непрекидне зависне променљиве и више независних променљивих (обично непрекидних). Вишеструка регресија се заснива на корелацији, али омогућује софистицираније истраживање међусобних веза скупа променљивих. Зато је идеална за истраживање сложенијих питања из стварног живота (пре него оних лабораторијских).

Вишеструка регресија казује колико добро одређени скуп променљивих предвиђа конкретан исход. Вишеструка регресија даје оцену модела као целине и релативан допринос свих променљивих од којих се модел састоји. Поред овог може се испитати да ли додавање одређене променљиве доприноси предиктивној способности модела, тј да ли побољшава модел који већ садржи друге променљиве. Вишеструка регресија се може применити и за статистичко уклањање утицаја једне или више променљивих на предиктивну способност модела.

Вишеструка регресија може дати одговор на следећа истраживачка питања:

- колико добро скуп промељивих може да предвиди одређени исход,

- која променљива у скупу је најбољи предиктор одређеног исхода и

- да ли одређена променљива и даље добро предвиђа исход након уклањања утицаја друге променљиве.

Постоји више врста вишеструке регресије:

- стандардна или истовремена,

- хијерархијска или секвенцијална и

- постепена.

У стандардној вишеструкој регресији све независне променљиве се истовремено уносе у једначину. Оцењује се предиктивна моћ сваке независне променљиве. Она се најчешће користи.

У хијерархијској регресији, независне променљиве се уносе у једначину редоследом који на основу теоријских разлога задаје истраживач. Променљиве или скупови променљивих уносе се у корацима, при чему се одређује утицај сваке независне променљиве на зависну али тако да се уклони утицај свих претходних променљивих.

У постепеној регресији, истраживач даје SPSS-у листу независних променљивих и пушта програм да изабере променљиве које ће унети у једначину и редослед по којем ће их уносити. Постоје три верзије овог приступа: избор унапред (forward selection), брисање уназад (backward deletion) и постепена регресија (stepwise regression).

Вишеструка регресија се не може употребљавати на малим узорцима нити када је расподела резултата веома асиметрична. Формула за израчунавање величине узорка је N>50+8m, где је m број независних променљивих. За 5 независних променљивих било би потребно анализирати 90 случајева. Када је зависна променљива асиметрична, потребно је још више случајева. За постепену регресију потребно је по 40 анализираних случајева за сваку независну променљиву.

Вишеструка регресија је веома осетљива на нетипичне тачке. Проналажење и обрада нетипичних тачака треба да буде део почетног процеса чишћења података. То треба урадити за све променљиве, и зависне и независне, које ће се употребљавати у регресионој анализи.

**Пример 1**: Користимо датотеку с подацима ***Survey3ED.sav***. У овом примеру истражујемо колико добро скале Mastery и PCOISS предвиђају резултате на скали субјективно доживљеног стреса.

Пример истраживачких питања:

1. Колико добро две дате мере нивоа управљања животом (Mastery, PCOISS) предвиђају субјективно доживљени стрес? Колики се део варијансе у вредностима субјективно доживљеног стреса може објаснити резидуалима на те две скале?

2. Које својство боље предвиђа субјективно доживљени стрес: управљање спољним догађајима (Mastery) или управљање унутрашњим стањима (PCOISS)?

Треба нам:

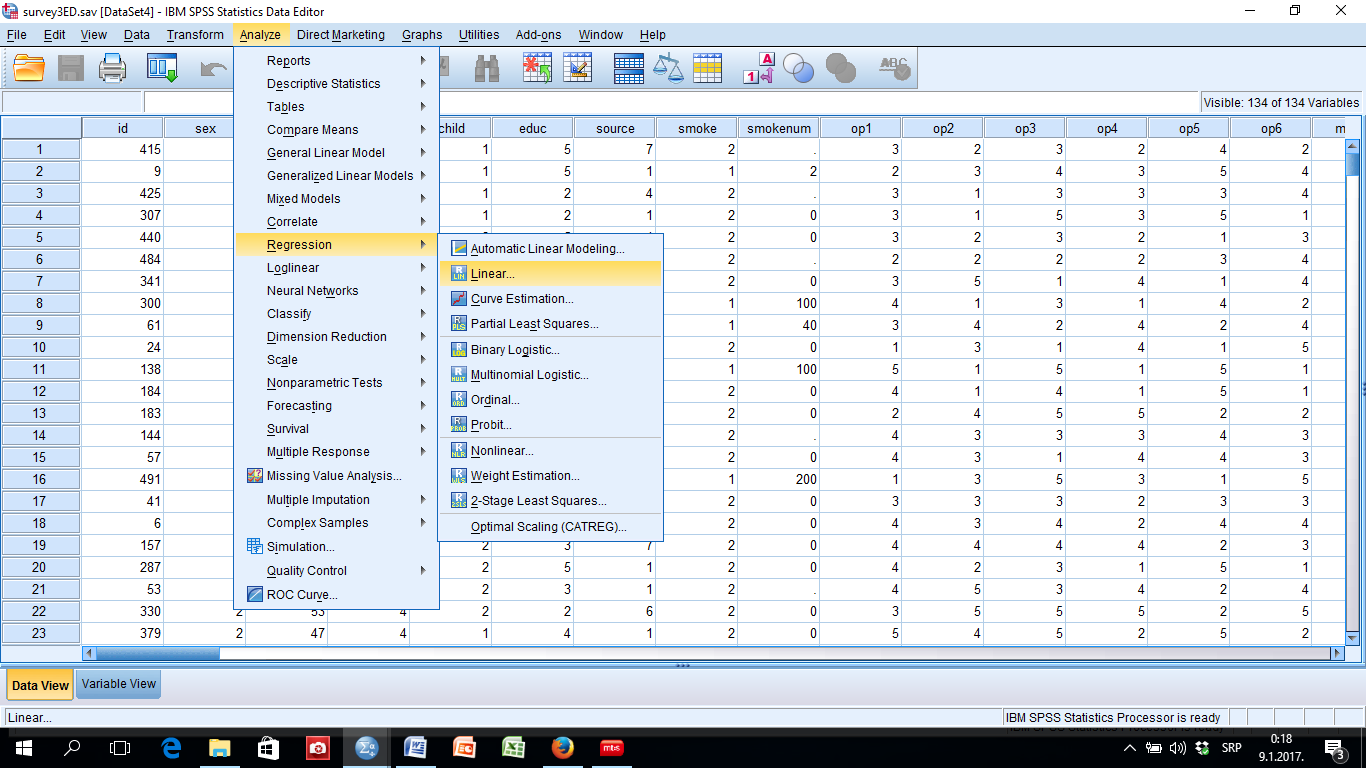
- једна непрекидна зависна променљива (укупан субјективно доживљени стрес)

- две или више непрекидних независних променљивих (Mastery, PCOISS)

Могу се употребити и дихотомне независне променљиве, на пример пол: мушкарци и жене.

**Поступак у SPSS-у за стандардну вишеструку регресију**

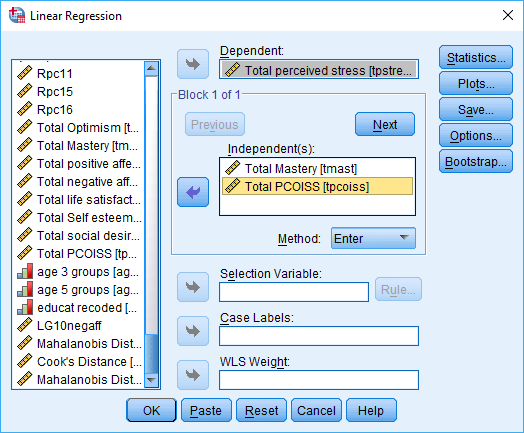
1. Отворите мени **Analyze**, изаберите ставку **Regression** па притисните **Linear**

****

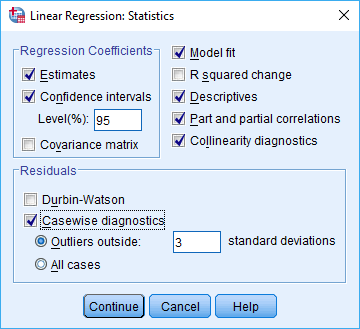
2. Притисните непрекидну зависну променљиву (total perceived stress; **tpstress**) и пребаците је у поље **Dependent**.

3. Притисните независне променљиве (total mastery; **tmast**, total PCOISS; **tpcoiss**) и пребаците их у поље **Independent**.

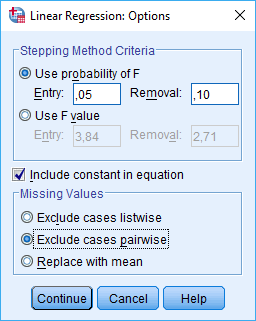
4. У одељку **Method** треба да је изабрана опција **Enter**. (Тиме се бира стандардна вишеструка регресија)



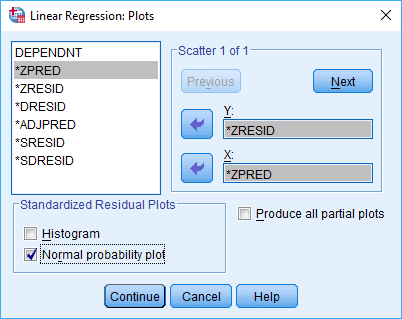
5. Притисните дугме **Statistics**. Потврдите поља **Estimates**, **Confidence Intervals**, **Model fit**, **Descriptives**, **Part and partial correlations** и **Collinearity diagnostics**. У одељку **Residual** потврдите поља **Casewise diagnostics** и **Outliers outside 3 standard deviations**. Притисите дугме **Continue**.



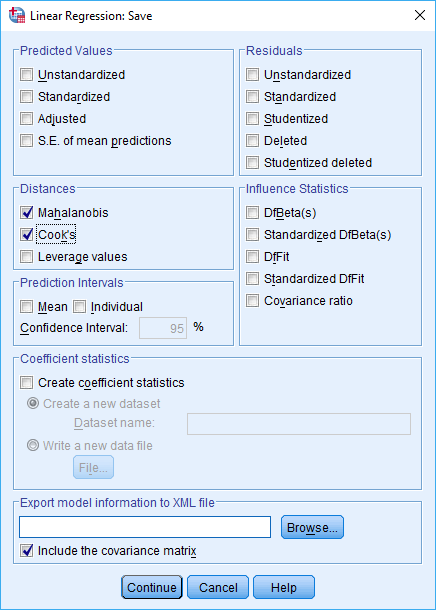
6. Притисните дугме **Options**. У одељку **Missing Values** притисните **Exclude cases pairwise**. Притисните дугме **Continue**.



7. Притисните дугме **Plots**. Притисните **\*ZRESID** и дугме са стрелицом да бисте је пребацили у поље **Y**. Притисните **\*ZPRED** и дугме са стрелицом да бисте је пребацили у поље **X**. У одељку **Standardized Residual Plots** потврдите поље **Normal probability plot**. Притисните дугме **Continue**.



8. Притисните дугмe **Savе**. У одељку **Distances** потврдите поље **Mahalanobis** и **Cook's**. Притисните **Continue** и затим **OK**.



**Тумачење резултата стандардне вишеструке регресије**

**Провера важења претпоставки**

1. Мултиколинеарност

Корелације између променљивих у моделу дате су у табели **Correlations**.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Correlations** | | | | |
|  | | Total perceived stress | Total Mastery | Total PCOISS |
| Pearson Correlation | Total perceived stress | 1,000 | -,612 | -,581 |
| Total Mastery | **-,612** | 1,000 | ,521 |
| Total PCOISS | **-,581** | **,521** | 1,000 |
| Sig. (1-tailed) | Total perceived stress | . | ,000 | ,000 |
| Total Mastery | ,000 | . | ,000 |
| Total PCOISS | ,000 | ,000 | . |
| N | Total perceived stress | 433 | 433 | 426 |
| Total Mastery | 433 | 436 | 429 |
| Total PCOISS | 426 | 429 | 430 |

Треба проверити да ли независне променљиве показују макар и слабу везу са зависном променљивом) пожељно је да те корелације буду изнад 0,3). У нашем примеру, обе независне променљиве знатно корелирају с зависном променљивом, вредности Пирсоновог коефицијента су -0,612 и -0,581). Такође, треба проверити да нека од корелација између независних променљивих није и превелика. У исту анализу не би требало да се укључују променљиве чија је линеарна корелација изнад 0,7. У том случају треба изоставити једну од променљивих. У овм примеру, корелација износи 0,521, што је мање од 0,7.

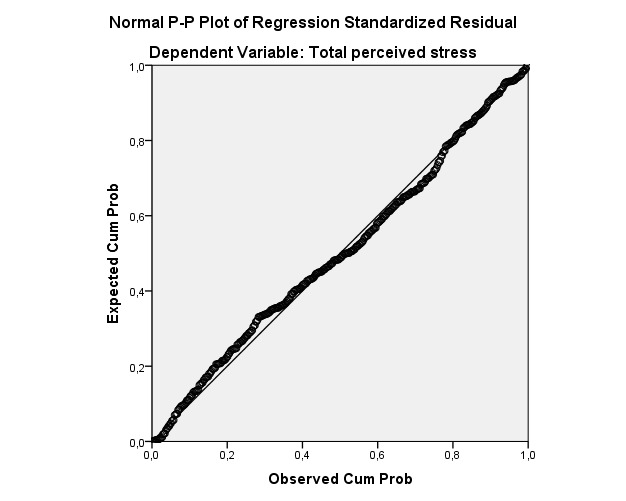
Дијагностика колинеарности променљивих указује на проблеме с мултиколинеарношћу који се некад не виде у матрици корелације. Резултати ове дијагностике дати су у табели **Coefficients**, то су вредности **Tolerance** и **VIF**. Tolerance показује колики део варијансе дате независне променљиве није објашњен варијансама других независних променљивих у моделу и рачуна се по формули 1-R2 за сваку променљиву. Када је та вредност мања од 0,1 то указује на огромну корелацију с другим променљивим, дакле на мултиколинеарност. **VIF** (**Variance inflation factor**) фактор повећања варијансе је реципрочна вредност величине **Tolerance**. Вредности за **VIF** изнад 10 би указивале на мултиколинеарност.

У нашем примеру, вредност **Tolerance** износи 0,729 и већа је од 0,1 а вредност **VIF** износи 1,372 и мања је од 10 што значи да претпоставка о постојању мултиколинеарности није нарушена. Када се наведене граничне вредности прекораче, онда треба из модела избацити једну од јако корелираних независних променљивих.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Coefficientsa** | | | | | | | | | | | | | |
| Model | | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. | 95,0% Confidence Interval for B | | Correlations | | | Collinearity Statistics | |
| B | Std. Error | Beta | Lower Bound | Upper Bound | Zero-order | Partial | Part | **Tolerance** | **VIF** |
| 1 | (Constant) | 50,971 | 1,273 |  | 40,035 | ,000 | 48,469 | 53,474 |  |  |  |  |  |
| Total Mastery | -,625 | ,061 | -,424 | -10,222 | ,000 | -,745 | -,505 | -,612 | -,445 | -,362 | **,729** | **1,372** |
| Total PCOISS | -,175 | ,020 | -,360 | -8,660 | ,000 | -,215 | -,136 | -,581 | -,388 | -,307 | **,729** | **1,372** |

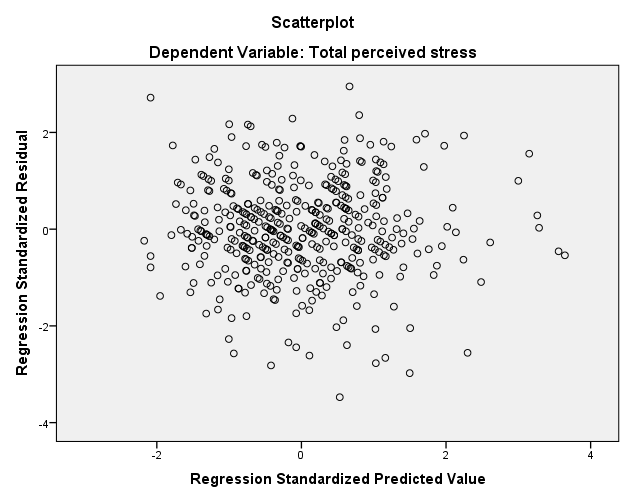
2. Нормалност расподеле

На дијаграму **Normal P-P Plot of Regression Standardized Residual** гледамо да ли тачке леже у приближно правој дијагоналној линији од доњег левог ка горњем десном углу дијаграма. Она указује да нема великих одступања од нормалности.



3. Независност резидуала

На дијаграму растурања стандардних резидуала **Scatterplot** треба да су резидуали приближно правоугаоно распоређени и да је већина резултата нагомилана у центру (око тачке 0). Проблем је ако имамо јасно систематски или геометријски облик расподеле резидуала (на пример да резидуали чине неку јасну криву линију или да су виши на једној страни него на другој). Одступања од облика централног правоуганика указују да је нарушена нека од полазних претпоставки.



4. Нетипичне тачке

На дијаграму растурања може се видети и да ли има нетипичних тачака. У великим узорцима често се нађе много нетипичних резидуала. Када се нађе само неколико њих, вероватно не треба ништа предузимати.

**Вредновање модела**

**R Square** је коефицијент детерминације који казује колики део варијансе зависне променљиве објашњава модел. Чита се из табеле **Model Summary** и у овом случају износи 0,468.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Model Summaryb** | | | | |
| Model | R | **R Square** | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
| 1 | ,684a | **,468** | ,466 | 4,274 |

То значи да наш модел објашњава 46,8% варијансе субјективно доживљеног стреса. То је задовољавајућ резултат.

Проблем је што је **R Square** превише оптимистичка процена стварне вредности коефицијента детерминације у популацији када се израчуна на малом узорку. **Adjusted R Square** коригује ту вредност и даје бољу процену стварне вредности коефицијента детерминације у популацији.

Да бисте оценили статистичку значајност тог показатеља, вредност **Sig.** се очитава из табеле **ANOVA**.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ANOVAa** | | | | | | |
| Model | | Sum of Squares | df | Mean Square | F | **Sig.** |
| 1 | Regression | 6806,728 | 2 | 3403,364 | 186,341 | **,000b** |
| Residual | 7725,756 | 423 | 18,264 |  |  |
| Total | 14532,484 | 425 |  |  |  |

То су резултати тестова нулте хипотезе да је **R Square** у популацији једнако нула. Модел у овом примеру има статистичку значајност Sig.=0,000 што значи да је p<0,0005.

**Вредновање сваке независне променљиве**

Следеће што желимо да знамо је колико је свака променљива у моделу допринела предикцији зависне променљиве. Тај податак ћемо наћи у табели **Coefficients**.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Coefficientsa** | | | | | | | | | | | | | |
| Model | | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | **Sig.** | 95,0% Confidence Interval for B | | Correlations | | | Collinearity Statistics | |
| **B** | Std. Error | **Beta** | Lower Bound | Upper Bound | Zero-order | Partial | **Part** | Tolerance | VIF |
| 1 | (Constant) | **50,971** | 1,273 |  | 40,035 | **,000** | 48,469 | 53,474 |  |  |  |  |  |
| Total Mastery | **-,625** | ,061 | **-,424** | -10,222 | **,000** | -,745 | -,505 | -,612 | -,445 | **-,362** | ,729 | 1,372 |
| Total PCOISS | **-,175** | ,020 | **-,360** | -8,660 | **,000** | -,215 | -,136 | -,581 | -,388 | **-,307** | ,729 | 1,372 |
| a. Dependent Variable: Total perceived stress | | | | | | | | | | | | | |

Да бисмо могли да поредимо разне променљиве, гледамо стандардизоване коефицијенте у колони **Beta**. Стандардизован значи да су вредности променљивих конвертоване на исту скалу како би се могле поредити. За састављање регресионе једначине користе се нестандардизовани коефицијенти у колони **В**.

У нашем примеру желимо да упоредимо допринос свих независних променљивих, зато ћемо употребити коефицијенте бета. Тражимо највећи коефицијент по апсолутној вредности и то је -0,424 за **Total Mastery**. То значи да та променљива појединачно највише доприноси објашњавању зависне променљиве. Коефицијент за **Total PCOISS** је -0,360 што значи да је његов утицај мањи.

Вредности у колони **Sig.** казују да ли променљива даје статистчки значајан јединствен допринос једначини. То много зависи од тога које променљиве су укључене у једначину и колико је преклапање независних променљивих. Када је вредност **Sig.** мања од 0,05 променљива даје значајан јединствен допринос предикцији зависне променљиве. Када је та вредност већа од 0,05 треба закључити да та промељива не даје значајан јединствен допринос предикцији зависне променљиве а то може бити последица преклапања с другим независним променљивим у моделу. У нашем примеру, и **Total Mastery** и **Total PCOISS** дају јединствен и статистички значајан допринос предикцији резултата мерења субјективно доживљеног стреса.

Коефицијент корелације у колони **Part** показује колики део укупне варијансе зависне променљиве јединствено објашњава та променљива и колико би **R Square** опао да се та променљива избаци из модела. У нашем примеру, скала **Mastery** има коефицијент корелације -0,362. Када то подигнемо на квадрат добићемо 0,13 што показује да **Mastery** јединствено објашњава 13% варијансе у вредностима променљиве **Total Perceived Stress**. За **PCOISS** та вредност је -0,307 што подигнуто на квадрат даје 0,09 и указује на јединствен допринос од 9% у објашњавању варијансе субјективно доживљеног стреса.

На основу представљених резултата можемо да одговоримо на постављена питања са почетка.

1. Наш модел, који обухвата управљање спољним догађајима (**Mastery**) и управљање унутрашњим стањима (**PCOISS**) објашњава 47,2% варијансе у субјективно доживљеном стресу.

2. Од те две променљиве, **Mastery** даје највећи јединствени допринос (beta=-0,424), мада и **PCOISS** даје статистички значајан допринос (beta=-0,360).

**Пример 2**

На случајан начин изабрано је 11 испитаника са приказаним карактеристикама. Стандардном вишеструком регресијом истражити факторе који утичу на ниво шећера у крви.

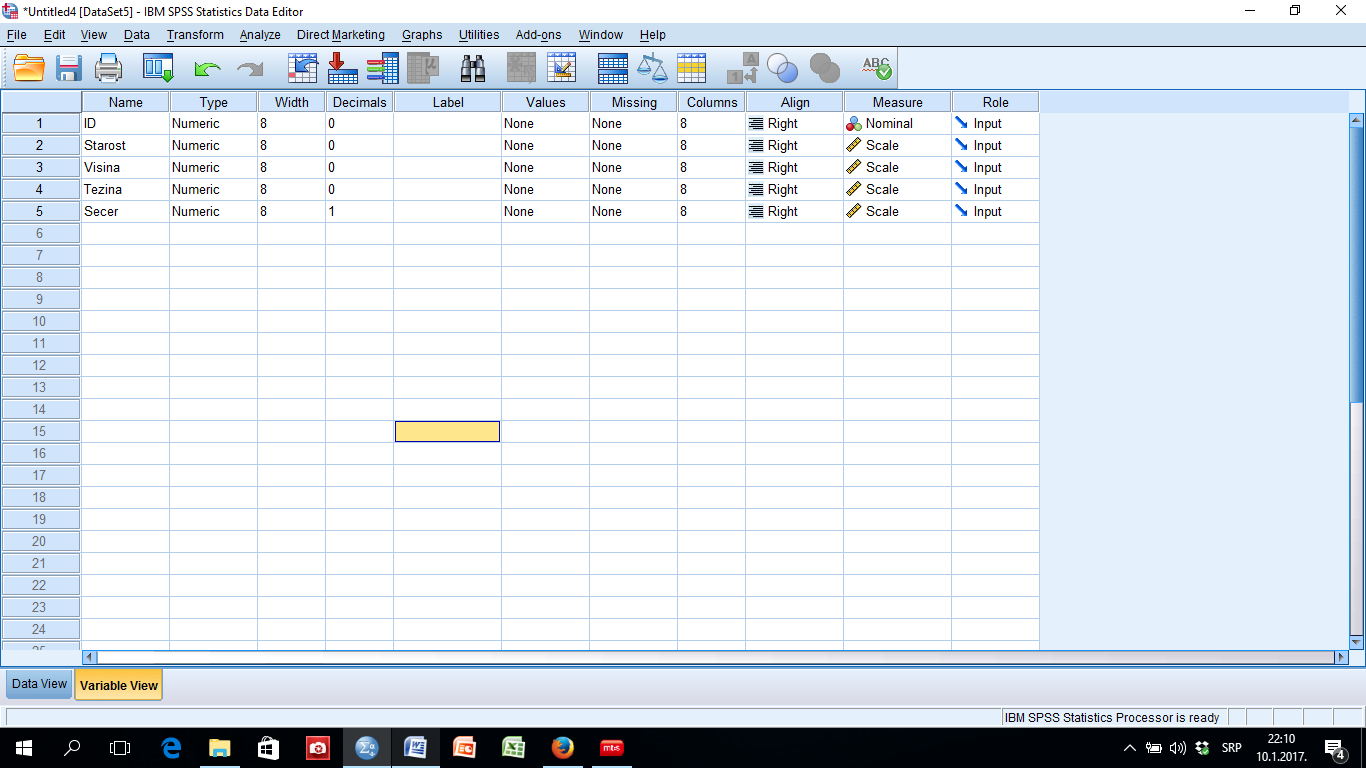
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Испитаник | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Старост | 25 | 28 | 31 | 34 | 37 | 40 | 43 | 46 | 49 | 52 | 55 |
| Висина | 172 | 198 | 180 | 170 | 183 | 205 | 170 | 195 | 202 | 185 | 178 |
| Тежина | 65 | 70 | 69 | 63 | 70 | 66 | 70 | 86 | 75 | 65 | 91 |
| Шећер | 6,4 | 5,6 | 7 | 6,9 | 4,9 | 6 | 8,7 | 7 | 6,5 | 7,3 | 8,1 |

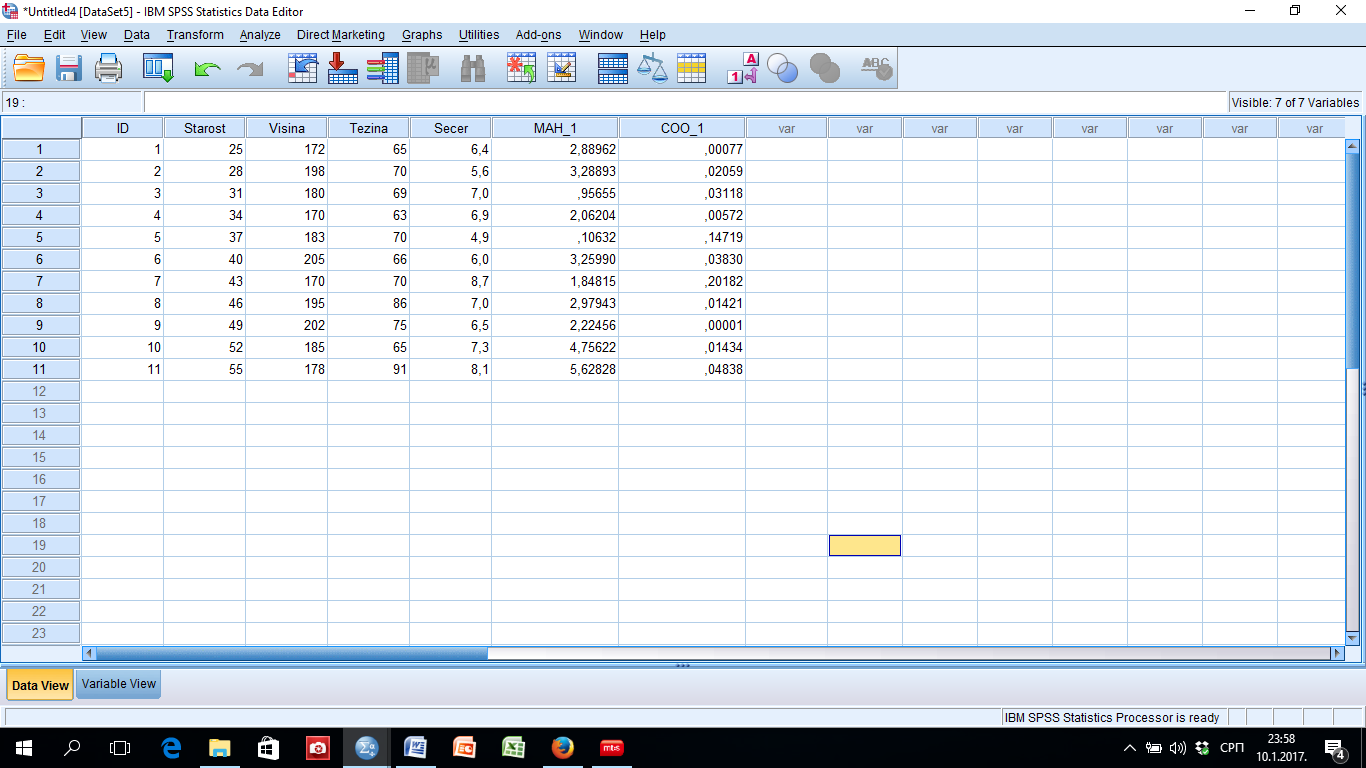
За зависну променљиву узети ниво шећера у крви. За независне варијабле узети старост, висину и тежину.

Израчунати колики део варијансе у резултатима мерења нивоа шећера у крви објашњава тај скуп променљивих?

Која променљива најбоље предвиђа субјективно доживљени стрес: старост, висина или тежина?

Креирање датотеке с подацима





**Поступак у SPSS-у**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Тумачење резултата стандардне вишеструке регресије**

**Провера важења претпоставки**

1. Мултиколинеарност

Корелације између променљивих у моделу дате су у табели **Correlations**.

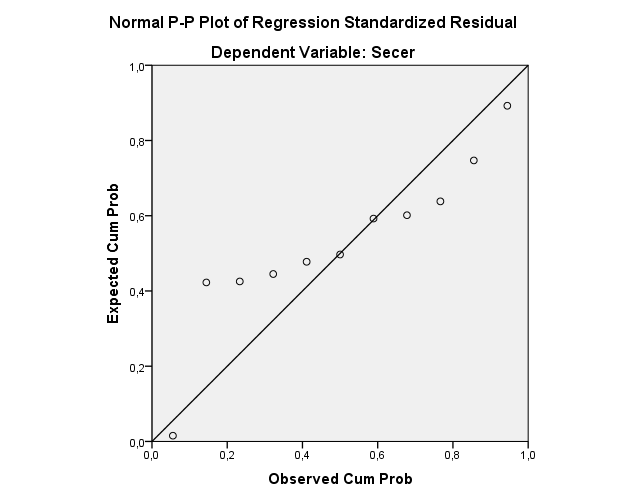
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Correlations** | | | | | |
|  | | Secer | Starost | Visina | Tezina |
| Pearson Correlation | Secer | 1,000 | ,499 | -,475 | ,327 |
| Starost | **,499** | 1,000 | ,190 | ,586 |
| Visina | **-,475** | **,190** | 1,000 | ,163 |
| Tezina | **,327** | **,586** | **,163** | 1,000 |
| Sig. (1-tailed) | Secer | . | ,059 | ,070 | ,163 |
| Starost | ,059 | . | ,288 | ,029 |
| Visina | ,070 | ,288 | . | ,316 |
| Tezina | ,163 | ,029 | ,316 | . |
| N | Secer | 11 | 11 | 11 | 11 |
| Starost | 11 | 11 | 11 | 11 |
| Visina | 11 | 11 | 11 | 11 |
| Tezina | 11 | 11 | 11 | 11 |

Све три независне променљиве корелирају с зависном променљивом, вредности Пирсоновог коефицијента су 0,499, -0,475 и 0,327). Корелација износи 0,190, 0,586 и 0,163, што је мање од 0,7.

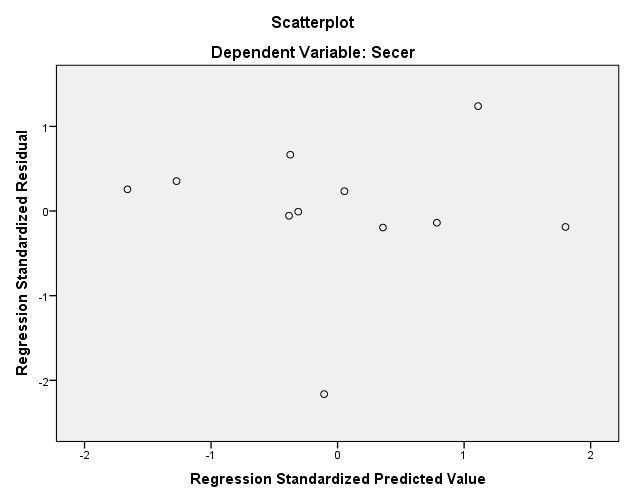
Вредност **Tolerance** износи 0,647, 0,960 и 0,654 и веће су од 0,1 а вредност **VIF** износи 1,544, 1,042 и 1,529 и мање су од 10 што значи да претпоставка о постојању мултиколинеарности није нарушена.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Coefficientsa** | | | | | | | | | | | | | |
| Model | | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. | 95,0% Confidence Interval for B | | Correlations | | | Collinearity Statistics | |
| B | Std. Error | Beta | Lower Bound | Upper Bound | Zero-order | Partial | Part | **Tolerance** | **VIF** |
| 1 | (Constant) | 12,745 | 4,082 |  | 3,122 | ,017 | 3,092 | 22,398 |  |  |  |  |  |
| Starost | ,060 | ,032 | ,554 | 1,846 | ,107 | -,017 | ,136 | ,499 | ,572 | ,445 | **,647** | **1,544** |
| Visina | -,050 | ,021 | -,596 | -2,421 | ,046 | -,099 | -,001 | -,475 | -,675 | -,584 | **,960** | **1,042** |
| Tezina | ,012 | ,036 | ,100 | ,336 | ,747 | -,073 | ,097 | ,327 | ,126 | ,081 | **,654** | **1,529** |

2. Нормалност расподеле



3. Независност резидуала



**Вредновање модела**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Model Summaryb** | | | | |
| Model | R | **R Square** | **Adjusted R Square** | Std. Error of the Estimate |
| 1 | ,770a | **,592** | **,418** | ,8207 |

Наш модел објашњава 59,2% варијансе нивоа шећера у крви.

За мале узорке се чешће користи **Adjusted R Square** који коригује ту вредност и даје бољу процену стварне вредности коефицијента детерминације у популацији и износи 0,418. То значи да наш модел објашњава 41,8% варијансе нивоа шећера у крви што је задовољавајућ резултат.

Да бисте оценили статистичку значајност тог показатеља, вредност **Sig.** се очитава из табеле **ANOVA**. Модел у овом примеру има статистичку значајност Sig.=0,083 што значи да је p<0,1.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ANOVAa** | | | | | | |
| Model | | Sum of Squares | df | Mean Square | F | **Sig.** |
| 1 | Regression | 6,850 | 3 | 2,283 | 3,390 | **,083b** |
| Residual | 4,715 | 7 | ,674 |  |  |
| Total | 11,565 | 10 |  |  |  |

**Вредновање сваке независне променљиве**

Следеће што желимо да знамо је колико је свака променљива у моделу допринела предикцији зависне променљиве. Тај податак ћемо наћи у табели **Coefficients**.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Coefficientsa** | | | | | | | | | | | | | |
| Model | | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | **Sig.** | 95,0% Confidence Interval for B | | Correlations | | | Collinearity Statistics | |
| **B** | Std. Error | **Beta** | Lower Bound | Upper Bound | Zero-order | Partial | **Part** | Tolerance | VIF |
| 1 | (Constant) | **12,745** | 4,082 |  | 3,122 | **,017** | 3,092 | 22,398 |  |  |  |  |  |
| Starost | **,060** | ,032 | **,554** | 1,846 | **,107** | -,017 | ,136 | ,499 | ,572 | **,445** | ,647 | 1,544 |
| Visina | **-,050** | ,021 | **-,596** | -2,421 | **,046** | -,099 | -,001 | -,475 | -,675 | **-,584** | ,960 | 1,042 |
| Tezina | **,012** | ,036 | **,100** | ,336 | **,747** | -,073 | ,097 | ,327 | ,126 | **,081** | ,654 | 1,529 |
|  | | | | | | | | | | | | | |

У нашем примеру желимо да упоредимо допринос свих независних променљивих, зато ћемо употребити коефицијенте бета. Тражимо највећи коефицијент по апсолутној вредности и то је -0,596 за **висину**. То значи да та променљива појединачно највише доприноси објашњавању зависне променљиве. Коефицијент за **старост** је 0,554 а за **тежину** 0,100.

Вредности у колони **Sig.** казују да ли променљива даје статистчки значајан јединствен допринос једначини. У нашем примеру, **висина** дају јединствен и статистички значајан допринос предикцији резултата мерења субјективно доживљеног стреса **Sig.=0,046**.

Коефицијент корелације у колони **Part** показује колики део укупне варијансе зависне променљиве јединствено објашњава та променљива и колико би **R Square** опао да се та променљива избаци из модела. У нашем примеру, **висина** има коефицијент корелације -0,584. Када то подигнемо на квадрат добићемо 0,34 што показује да **висина** јединствено објашњава 34% варијансе у вредностима променљиве **ниво шећера у крви**. За **старост** та вредност је 0,445 што подигнуто на квадрат даје 0,20 и указује на јединствен допринос од 20% у објашњавању варијансе субјективно доживљеног стреса.

На основу представљених резултата можемо да одговоримо на постављена питања са почетка.

1. Наш модел, који обухвата старост, висину и тежину објашњава 41,8% варијансе нивоа шећера у крви.

2. Од ове три променљиве, **висина** даје највећи статистички значајан и јединствени допринос (beta=-0,596).

**18.0 Хи-квадрат тест независности**

**Примена**: Табеле контигенције нам показују повезаност између два или више обележја, односно овај тест служи за утврђивање зависности између дв или више обележја.

Ово је непараметарски тест.

**Поступак**:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | ... |  |  |
|  |  |  | ... |  |  |
|  |  |  | ... |  |  |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
|  |  |  | ... |  |  |
|  |  |  | ... |  |  |

 - емпиријска учесталост где  и 

 - збир емпиријских учесталости у једном реду

 - збир емпиријских учесталости у једној колони

Зависност се одређује на следећи начин:

1. Постави се нулта хипотеза  - модалитети два обележја су међусобно независни.

Алтернативна хипотеза  - модалитети два обележја су међусобно зависни

2. Рачуна се збир емпиријских учесталости у једном реду .

3 Рачуна се збир емпиријских учесталости у једној колони .

4. Рачуна се:



5. Статистика теста је:



6. Из табеле се очитава критична вредност за .

 - број степени слободе

 - ниво значајности

7. Пореде се ове две вредности за 

 - прихвата се хипотеза  - обележја су независна.

 - одбацује се хипотеза  - обележја су зависна.

**Напомена**: Уколико се не наведе вредност за праг значајности, подразумева се да је 0,05.

Табела за хи-квадрат расподелу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n | 0,10 | 0,05 | 0,01 |
| 1 | 2,706 | 3,841 | 6,635 |
| 2 | 4,605 | 5,991 | 9,210 |
| 2 | 6,251 | 7,815 | 11,341 |
| 4 | 7,779 | 9,488 | 11,277 |
| 5 | 9,236 | 11,070 | 15,086 |
| 6 | 10,645 | 12,592 | 16,812 |
| 7 | 12,017 | 14,067 | 18,475 |
| 8 | 13,362 | 15,507 | 20,090 |
| 9 | 14,684 | 16,919 | 21,666 |
| 10 | 15,987 | 18,307 | 23,209 |
| 11 | 17,275 | 19,675 | 24,725 |
| 12 | 18,549 | 21,026 | 26,217 |
| 13 | 19,812 | 22,362 | 27,688 |
| 14 | 21,064 | 23,685 | 29,141 |
| 15 | 22,307 | 24,996 | 30,578 |
| 16 | 23,542 | 26,296 | 32,000 |
| 17 | 24,769 | 27,587 | 33,409 |
| 18 | 25,980 | 28,869 | 34,805 |
| 19 | 27,204 | 30,144 | 36,191 |
| 20 | 28,412 | 31,410 | 37,560 |
| 21 | 29,615 | 32,671 | 38,932 |
| 22 | 30,813 | 33,924 | 40,289 |
| 23 | 32,007 | 35,172 | 41,638 |
| 24 | 33,196 | 36,415 | 42,980 |
| 25 | 34,382 | 37,652 | 44,314 |
| 26 | 35,563 | 38,885 | 45,642 |
| 27 | 36,741 | 40,113 | 46,963 |
| 28 | 37,916 | 41,337 | 48,278 |
| 29 | 39,087 | 42,557 | 49,588 |
| 30 | 40,256 | 43,773 | 50,892 |

Поступак читања вредности из табеле:

Из табеле бирамо критичну вредност за број степени слободе  и ниво значајности 



**Поступак у IBM SPSS Statistics-у**:

Овим тестом се исказује веза између две категоријске променљиве. Свака од њих може имати две или више категорија. Тест пореди учесталости или пропорције случајева опажене у свакој од категорија, с вредностима које би биле очекиване да између две мерене променљиве нема никакве везе. Заснива се на унакрсној табели, тј. табели у којој су категорије једне променљиве укрштене с категоријама друге (на пример, мушкарци/жене, пушач/непушач). Свака ћелија унакрсне табеле садржи по једну комбинацију категорија посматраних променљивих.

Када IBM SPSS Statistics наиђе на табелу 2 са 2 (по две категорије у свакој променљивој) резултат хи-квадрат теста обухвата и једну додатну „корекцију непрекидности према Јејтсу“. Она би требало да компензује (по мишљењу неких аутора) прецењену вредност хи-квадрат која се добија у табели 2 са 2.

Најмања очекивана учесталост у свим ћелијама требало би да буде 5. За табеле 2 са 2, препоручује се да учесталост буде најмање 10. Када табела 2 са 2 не задовољава ову претпоставку, уместо вредности хи-квадрат треба употребити Фишеров „тачан показатељ вероватноће“, који се наводи у склопу резултата хи-квадрат теста.

Као пример користимо датотеку с подацима ***survey3ED.sav***.

**Поступак за обављање хи-квадрат теста независности**:

1. У оквиру менија **Analyze**, кликнути на ставку **Descriptive Statistics** а затим на **Crosstabs**.

2. Кликнути на ону променљиву (на пример пол / sex) чије ће категорије заузимати редове табеле, а затим кликнути на стрелицу да би се изабрана променљива пребацила у поље **Row(s)**.

3. Кликнути на ону променљиву (на пример, пушач / smoke) чије ће категорије заузимати колоне табеле, а затим кликнути на стрелицу да би се изабрана променљива пребацила у поље **Column(s)**.

4. Кликнути на дугме **Statistics**. Потврдити поља **Chi-square** и **Phi and Cramer’s V**. Кликнути на дугме **Continue**.

5. Кликнути на дугме **Cells**. У пољу **Counts** кликнути на **Observed**. У одељку **Percentage**, потврдити поља **Row**, **Column** и **Total**.

6. Кликнути на дугме **Continue** а затим и на **OK**.

|  |
| --- |
| Asdfgh Aaaaaq |
| Asdfgh Asdfgh |

**Добијени резултат**:

**Case Processing Summary**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Cases | | | | | |
| Valid | | Missing | | Total | |
| N | Percent | N | Percent | N | Percent |
| sex \* smoker | 436 | 99,3% | 3 | ,7% | 439 | 100,0% |

**sex \* smoker Crosstabulation**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  | smoker | | Total |
| YES | NO | YES |
| sex | MALES | Count | 33 | 151 | 184 |
| % within sex | 17,9% | 82,1% | 100,0% |
| % within smoker | 38,8% | 43,0% | 42,2% |
| % of Total | 7,6% | 34,6% | 42,2% |
| FEMALES | Count | 52 | 200 | 252 |
| % within sex | 20,6% | 79,4% | 100,0% |
| % within smoker | 61,2% | 57,0% | 57,8% |
| % of Total | 11,9% | 45,9% | 57,8% |
| Total | | Count | 85 | 351 | 436 |
| % within sex | 19,5% | 80,5% | 100,0% |
| % within smoker | 100,0% | 100,0% | 100,0% |
| % of Total | 19,5% | 80,5% | 100,0% |

**Chi-Square Tests**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Value | df | Asymp. Sig. (2-sided) | Exact Sig. (2-sided) | Exact Sig. (1-sided) |
| Pearson Chi-Square | ,494(b) | 1 | ,482 |  |  |
| Continuity Correction(a) | ,337 | 1 | ,562 |  |  |
| Likelihood Ratio | ,497 | 1 | ,481 |  |  |
| Fisher's Exact Test |  |  |  | ,541 | ,282 |
| Linear-by-Linear Association | ,493 | 1 | ,483 |  |  |
| N of Valid Cases | 436 |  |  |  |  |

a Computed only for a 2x2 table

b 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 35,87.

**Symmetric Measures**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | Value | Approx. Sig. |
| Nominal by Nominal | Phi | -,034 | ,482 |
| Cramer's V | ,034 | ,482 |
| N of Valid Cases | | 436 |  |

a Not assuming the null hypothesis.

b Using the asymptotic standard error assuming the null hypothesis.

**Тумачење резултата**:

У фусноти испод табеле **Chi-Square Tests** налази се податак о броју поља чија је учесталост мања од пет. У овом примеру таквих поља нема. Минимална очекивана учесталост је 35,87.

У резултатима нас највише занима вредност **Pearson Chi-Square** дата у табели **Chi-Square Tests**. Међутим, када се има табела 2 са 2, треба употребити вредност у другом реду табеле **Continuity Correction**. То је тзв. Јејтсова корекција. У нашем примеру, коригована вредност износи 0,337 уз значајност од 0,562 дату у колони **Asymp. Sig. (2-sided)**). Да би резултат био значајан, величина **Sig.** треба да је 0,05 или мања.

**Закључак: Пропорција мушкараца који пуше не разликује се значајно од пропорције жена које пуше, односно нема никакве везе између пушачког статуса и пола.**

**Унакрсно табелирање**:

Проценат пушача сваког пола може се очитати у збирним информацијама датим у табели **sex \* smoker Crosstabulation**. Да би видели који проценат мушкараца су пушачи, треба погледати у први ред табеле који се односи на мушкарце (% within sex). У нашем примеру, 17,9% мушкараца су пушачи а 82,1% непушачи; 20,6% жена су пушачи а 79,4% непушачи.

Податак о проценту целог узорка који спада у пушаче, налази се у последњем реду, где су сабрани резултати за оба пола (**% of Total**). У нашем примеру, 19,5% узорка пуши а 80,5% не пуши.

**Величина утицаја**:

У процедури **Crosstabs** израчунава се више показатеља величине утицаја (тј. јачине везе између променљивих). За табеле 2 са 2, најчешће се користи коефицијент фи (**Phi**), што је коефицијент корелације у опсегу од 0 до 1, при чему већи број показује јачу везу између две променљиве. У нашем примеру, коефицијент фи је -0,034, што се сматра врло малим утицајем по Коеновом критеријуму (1988), 0,1 – мали утицај, 0,3 – средњи утицај и 0,5 – велики утицај.

За табеле веће од 2 са 2, у извештај треба ставити Крамеров показатељ (**Cramer's V**), који узима у обзир број степени слободе. Критеријум је мало другачији, треба одузети 1 од броја категорија у редној променљивој и 1 од броја категорија у колонској променљивој, и узети мањи од та два броја.

За 1, мали=0,01, средњи=0,30, велики=0,50

За 2, мали=0,07, средњи=0,21, велики=0,35

За 3, мали=0,06, средњи=0,17, велики=0,29

**Пример 1**:

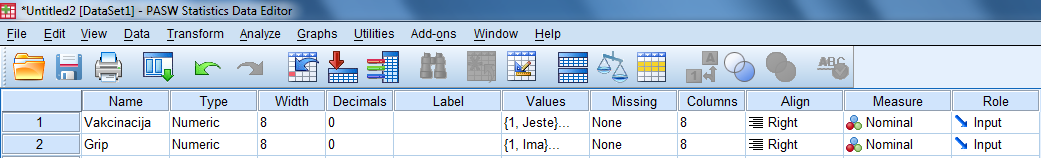
На случајан начин узет је узорак од 500 испитаника и добијено је:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Има грип | Нема грип |
| Вакцинисан | 13 | 232 |
| Није вакцинисан | 55 | 200 |

Испитати да ли су појава грипа и вакцинација зависна обележја.

**Решење**:

|  |
| --- |
| Analyze → Descriptive Statistics → Crosstabs  Једну групну променљиву унети у прозор **Row(s)** а другу у прозор **Column(s)**, затим кликнути на **Statistics**, означити **Chi-square**, кликнути на дугме **Continue** и **OK**. |



|  |  |
| --- | --- |
| Untitled | Untitled |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| Asdfgh Untitled | |
| Asdfgh Asdfgh | |

Добијени резултат:

| **Case Processing Summary** | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Cases | | | | | |
| Valid | | Missing | | Total | |
| N | Percent | N | Percent | N | Percent |
| Vakcinacija \* Grip | 500 | 100,0% | 0 | ,0% | 500 | 100,0% |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Vakcinacija \* Grip Crosstabulation** | | | | | |
|  | | | Grip | | Total |
| Ima | Nema |
| Vakcinacija | Jeste | Count | 13 | 232 | 245 |
| % within Vakcinacija | 5,3% | 94,7% | 100,0% |
| % within Grip | 19,1% | 53,7% | 49,0% |
| % of Total | 2,6% | 46,4% | 49,0% |
| Nije | Count | 55 | 200 | 255 |
| % within Vakcinacija | 21,6% | 78,4% | 100,0% |
| % within Grip | 80,9% | 46,3% | 51,0% |
| % of Total | 11,0% | 40,0% | 51,0% |
| Total | | Count | 68 | 432 | 500 |
| % within Vakcinacija | 13,6% | 86,4% | 100,0% |
| % within Grip | 100,0% | 100,0% | 100,0% |
| % of Total | 13,6% | 86,4% | 100,0% |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Chi-Square Tests** | | | | | |
|  | Value | df | Asymp. Sig. (2-sided) | Exact Sig. (2-sided) | Exact Sig. (1-sided) |
| Pearson Chi-Square | 28,123a | 1 | ,000 |  |  |
| **Continuity Correctionb** | **26,756** | **1** | **,000** |  |  |
| Likelihood Ratio | 30,083 | 1 | ,000 |  |  |
| Fisher's Exact Test |  |  |  | ,000 | ,000 |
| Linear-by-Linear Association | 28,067 | 1 | ,000 |  |  |
| N of Valid Cases | 500 |  |  |  |  |
| a. 0 cells (0,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 33,32. | | | | | |
| b. Computed only for a 2x2 table | | | | | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Symmetric Measures** | | | |
|  | | Value | Approx. Sig. |
| Nominal by Nominal | Phi | -,237 | ,000 |
| Cramer's V | ,237 | ,000 |
| N of Valid Cases | | 500 |  |

**Тумачење резултата**:

У фусноти испод табеле **Chi-Square Tests** налази се податак о броју поља чија је учесталост мања од пет. У овом примеру таквих поља нема. Минимална очекивана учесталост је 33,32.

У резултатима нас највише занима вредност **Pearson Chi-Square** дата у табели **Chi-Square Tests**. Међутим, када се има табела 2 са 2, треба употребити вредност у другом реду табеле **Continuity Correction**. То је тзв. Јејтсова корекција. У нашем примеру, коригована вредност износи 26,756 уз значајност од 0,000 дату у колони **Asymp. Sig. (2-sided)**). Да би резултат био значајан, величина **Sig.** треба да је 0,05 или мања.

0<0,05 → Одбацује се хипотеза .

**Закључак**: **Појава грипа и вакцинација су зависна обележја**.

**Величина утицаја**:

У процедури **Crosstabs** израчунава се више показатеља величине утицаја (тј. јачине везе између променљивих). За табеле 2 са 2, најчешће се користи коефицијент фи (**Phi**), што је коефицијент корелације у опсегу од 0 до 1, при чему већи број показује јачу везу између две променљиве. У нашем примеру, коефицијент фи је -0,237, што се сматра средњим утицајем по Коеновом критеријуму (1988):

0,1 – мали утицај,

0,3 – средњи утицај и

0,5 – велики утицај.

**Решење**:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Има грип | Нема грип |  |
| Вакцинисан | 13 | 232 | 245 |
| Није вакцинисан | 55 | 200 | 255 |
|  | 63 | 437 | 500 |

Нулта хипотеза  - модалитети два обележја су међусобно независни.

Алтернативна хипотеза  - модалитети два обележја су међусобно зависни





Из табеле бирамо критичну вредност за број степени слободе  и ниво значајности 



Поредимо ове две вредности:  → Одбацује се хипотеза .

**Закључак**: **Појава грипа и вакцинација су зависна обележја**.

**Пример 2**:

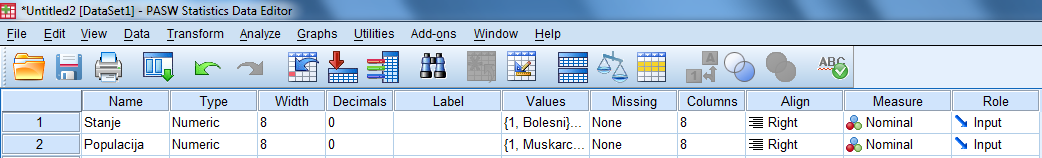
Из популације мушкараца, жена и деце узет је по један случајни узорак и утврђено је који су оболели од хипертиреозе. У табели су приказани резултати:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Мушкарци | Жене | Деца до 14 година |
| Болесни | 9 | 15 | 6 |
| Здрави | 25 | 14 | 31 |

Да ли су обољевање од хипертиреозе и популација (мушкарци, жене, деца) зависна обележја?

**Решење**:

|  |
| --- |
| Analyze → Descriptive Statistics → Crosstabs  Једну групну променљиву унети у прозор **Row(s)** а другу у прозор **Column(s)**, затим кликнути на **Statistics**, означити **Chi-square**, кликнути на дугме **Continue** и **OK**. |



|  |  |
| --- | --- |
| Untitled | Untitled |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Untitled | Untitled | Untitled |
| Untitled | Untitled | Untitled |

|  |
| --- |
| Asdfgh Untitled |
| Asdfgh Asdfgh |

Добијени резултат:

| **Case Processing Summary** | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Cases | | | | | |
| Valid | | Missing | | Total | |
| N | Percent | N | Percent | N | Percent |
| Stanje \* Populacija | 100 | 20,0% | 400 | 80,0% | 500 | 100,0% |

| **Stanje \* Populacija Crosstabulation** | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | Populacija | | | Total |
| Muskarci | Zene | Deca |
| Stanje | Bolesni | Count | 9 | 15 | 6 | 30 |
| % within Stanje | 30,0% | 50,0% | 20,0% | 100,0% |
| % within Populacija | 26,5% | 51,7% | 16,2% | 30,0% |
| % of Total | 9,0% | 15,0% | 6,0% | 30,0% |
| Zdravi | Count | 25 | 14 | 31 | 70 |
| % within Stanje | 35,7% | 20,0% | 44,3% | 100,0% |
| % within Populacija | 73,5% | 48,3% | 83,8% | 70,0% |
| % of Total | 25,0% | 14,0% | 31,0% | 70,0% |
| Total | | Count | 34 | 29 | 37 | 100 |
| % within Stanje | 34,0% | 29,0% | 37,0% | 100,0% |
| % within Populacija | 100,0% | 100,0% | 100,0% | 100,0% |
| % of Total | 34,0% | 29,0% | 37,0% | 100,0% |

| **Chi-Square Tests** | | | |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Value | df | Asymp. Sig. (2-sided) |
| Pearson Chi-Square | 10,066a | 2 | ,007 |
| Likelihood Ratio | 9,907 | 2 | ,007 |
| Linear-by-Linear Association | 1,011 | 1 | ,315 |
| N of Valid Cases | 100 |  |  |
| a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 8,70. | | | |

| **Symmetric Measures** | | | |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | Value | Approx. Sig. |
| Nominal by Nominal | Phi | ,317 | ,007 |
| Cramer's V | ,317 | ,007 |
| N of Valid Cases | | 100 |  |

**Тумачење резултата**:

У фусноти испод табеле **Chi-Square Tests** налази се податак о броју поља чија је учесталост мања од пет. У овом примеру таквих поља нема. Минимална очекивана учесталост је 8,70.

У резултатима нас највише занима вредност **Pearson Chi-Square** дата у табели **Chi-Square Tests**. У нашем примеру, ова вредност износи 10,066 уз значајност од 0,007 дату у колони **Asymp. Sig. (2-sided)**). Да би резултат био значајан, величина **Sig.** треба да је 0,05 или мања.

0,007<0,05 → Одбацује се хипотеза .

**Закључак**: **Обољевање од хипертиреозе и популација јесу зависна обележја**.

**Величина утицаја**:

У процедури **Crosstabs** израчунава се више показатеља величине утицаја (тј. јачине везе између променљивих). За табеле веће од 2 са 2, у извештај треба ставити Крамеров показатељ (**Cramer's V**), који узима у обзир број степени слободе. Критеријум је мало другачији, треба одузети 1 од броја категорија у редној променљивој и 1 од броја категорија у колонској променљивој, и узети мањи од та два броја.

За 1, мали=0,01, средњи=0,30, велики=0,50

За 2, мали=0,07, средњи=0,21, велики=0,35

За 3, мали=0,06, средњи=0,17, велики=0,29

Наша вредност је 0,317 и она указује на средњи утицај.

**Решење**:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Мушкарци | Жене | Деца |  |
| Болесни | 9 | 15 | 6 | 30 |
| Здрави | 25 | 14 | 31 | 70 |
|  | 34 | 29 | 37 | 100 |

Нулта хипотеза  - модалитети два обележја су међусобно независни.

Алтернативна хипотеза  - модалитети два обележја су међусобно зависни





Из табеле бирамо критичну вредност за број степени слободе  и ниво значајности 



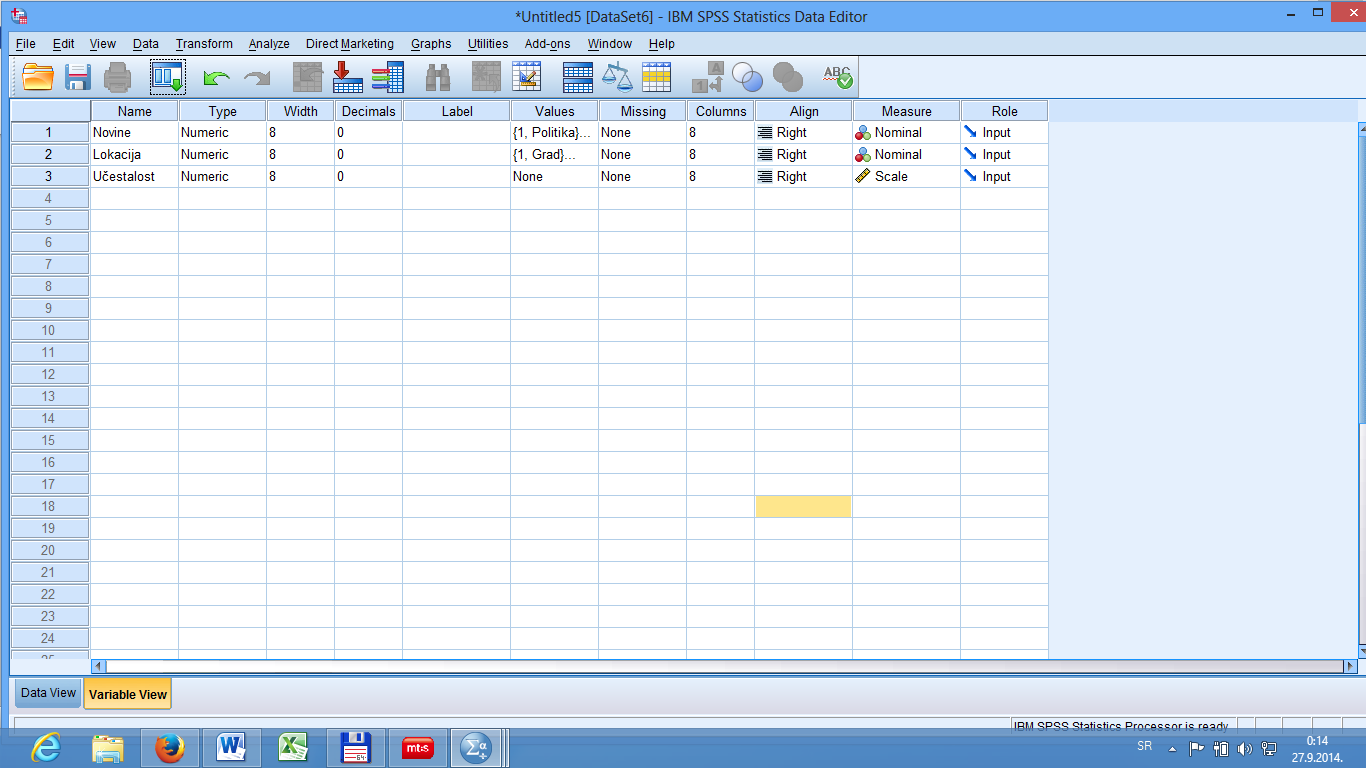
Поредимо ове две вредности:  → Одбацује се хипотеза .

**Закључак**: **Обољевање од хипертиреозе и популација јесу зависна обележја**.

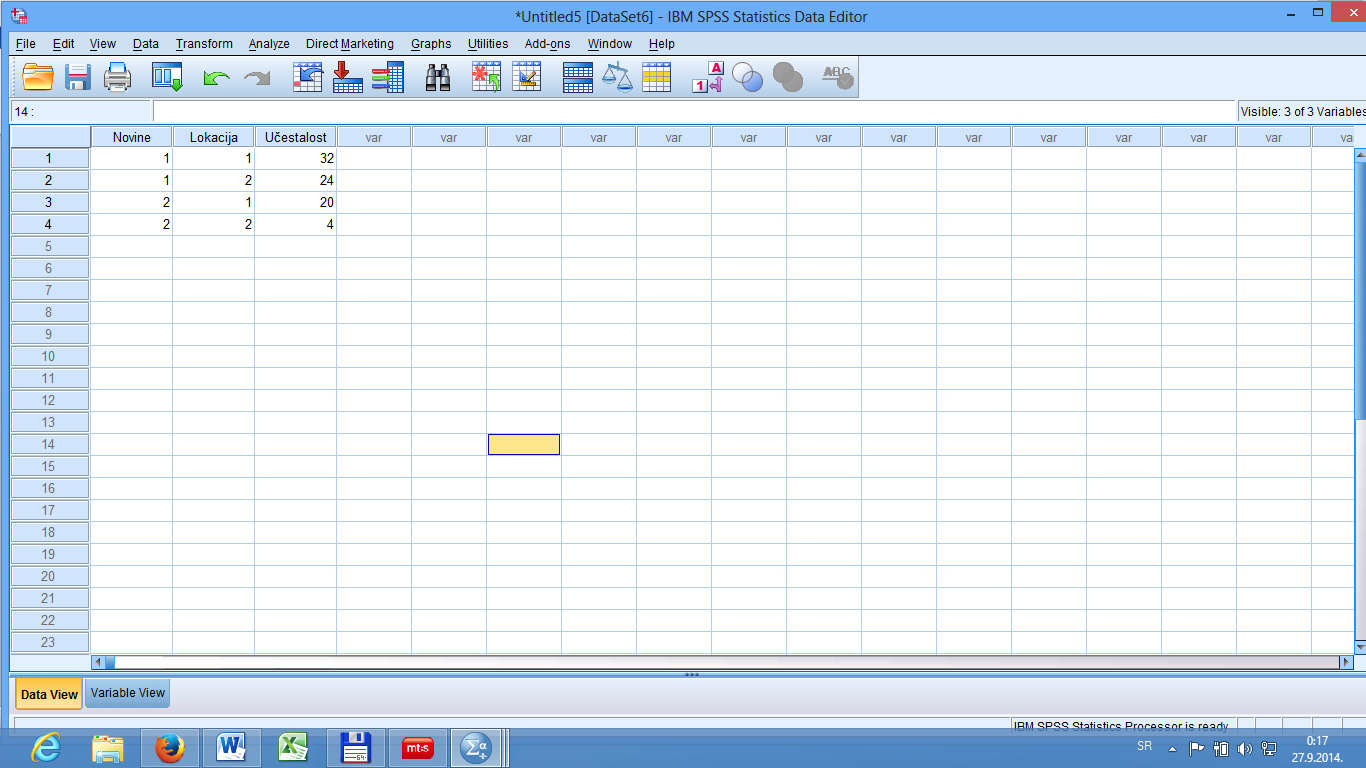
**Пример 3**:

У овом примеру проверавамо да ли наклоност читалаца према одређеним новинама зависи од њихове географске локације. Од читалаца који најрадије читају Политику 32 потичу из града а 24 је из сеоске средине. Од читалаца Вечерњих новости 20 су из града а 4 са села.

**Решење**:



|  |  |
| --- | --- |
|  |  |



На почетку је неопходно учесталост преставити програму управо као учесталост а не као нумерички резултат мерења неког обележја. Поступак је следећи:

1. Из главног менија изабрати опцију **Data**.

2. Изабрати ставку **Weight Cases...** да би отворили оквир за дијалог **Weight Cases**.

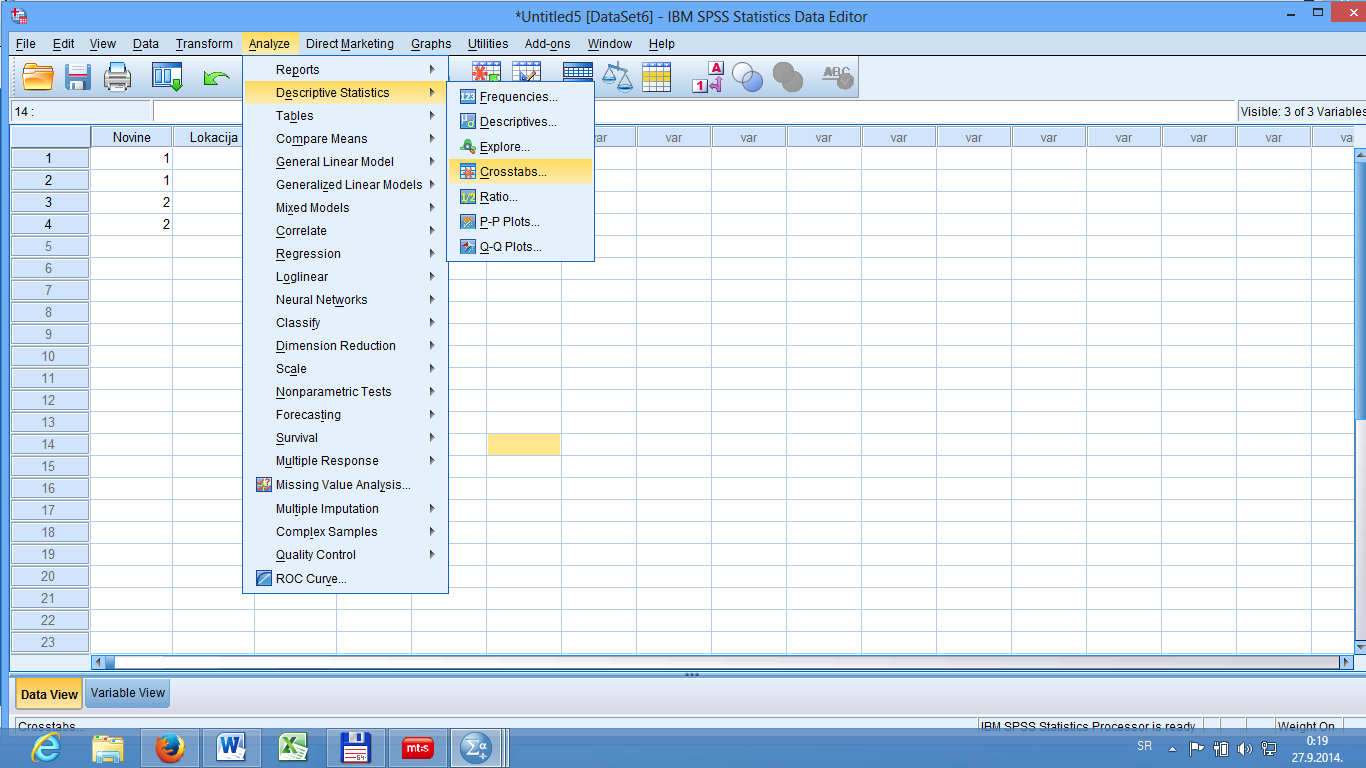
3. Потврдити поље **Weight cases by**.

4. Изабрати променљиву ***Učestalost*** и притиснути дугме са ознаком стрелице удесно да би се променљива пребацила у поље **Frequency Variable**.

5. Притиснути дугме **ОК**.

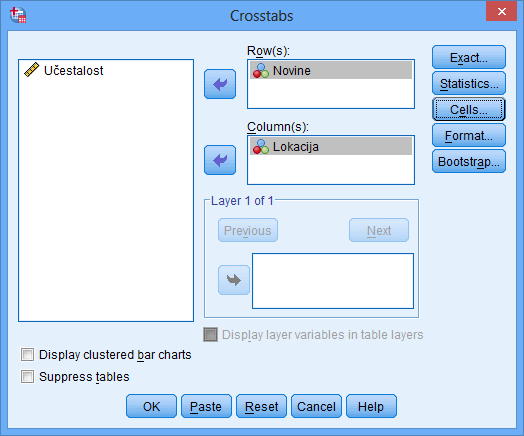
|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

1. У оквиру менија **Analyze**, кликнути на ставку **Descriptive Statistics** а затим на **Crosstabs**.

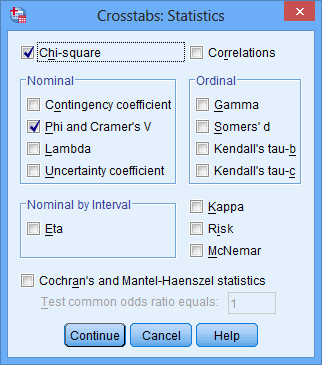


2. Кликнути на ону променљиву (Новине) чије ће категорије заузимати редове табеле, а затим кликнути на стрелицу да би се изабрана променљива пребацила у поље **Row(s)**.

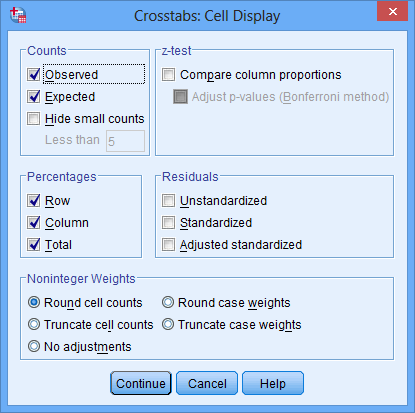
3. Кликнути на ону променљиву (Локација) чије ће категорије заузимати колоне табеле, а затим кликнути на стрелицу да би се изабрана променљива пребацила у поље **Column(s)**.



4. Кликнути на дугме **Statistics**. Потврдити поља **Chi-square** и **Phi and Cramer’s V**. Кликнути на дугме **Continue**.



5. Кликнути на дугме **Cells**. У пољу **Counts** кликнути на **Observed** и **Expected**. У одељку **Percentage**, потврдити поља **Row**, **Column** и **Total**.



6. Кликнути на дугме **Continue** а затим и на **OK**.

**Добијени резултат**:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Case Processing Summary** | | | | | | |
|  | Cases | | | | | |
| Valid | | Missing | | Total | |
| N | Percent | N | Percent | N | Percent |
| Novine \* Lokacija | 80 | 100,0% | 0 | 0,0% | 80 | 100,0% |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Novine \* Lokacija Crosstabulation** | | | | | |
|  | | | Lokacija | | Total |
| Grad | Selo |
| Novine | Politika | Count | 32 | 24 | 56 |
| Expected Count | 36,4 | 19,6 | 56,0 |
| % within Novine | 57,1% | 42,9% | 100,0% |
| % within Lokacija | 61,5% | 85,7% | 70,0% |
| % of Total | 40,0% | 30,0% | 70,0% |
| Večernje novosti | Count | 20 | 4 | 24 |
| Expected Count | 15,6 | 8,4 | 24,0 |
| % within Novine | 83,3% | 16,7% | 100,0% |
| % within Lokacija | 38,5% | 14,3% | 30,0% |
| % of Total | 25,0% | 5,0% | 30,0% |
| Total | | Count | 52 | 28 | 80 |
| Expected Count | 52,0 | 28,0 | 80,0 |
| % within Novine | 65,0% | 35,0% | 100,0% |
| % within Lokacija | 100,0% | 100,0% | 100,0% |
| % of Total | 65,0% | 35,0% | 100,0% |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Chi-Square Tests** | | | | | |
|  | Value | df | Asymp. Sig. (2-sided) | Exact Sig. (2-sided) | Exact Sig. (1-sided) |
| Pearson Chi-Square | 5,065a | 1 | ,024 |  |  |
| **Continuity Correctionb** | **3,980** | **1** | **,046** |  |  |
| Likelihood Ratio | 5,479 | 1 | ,019 |  |  |
| Fisher's Exact Test |  |  |  | ,039 | ,020 |
| Linear-by-Linear Association | 5,002 | 1 | ,025 |  |  |
| N of Valid Cases | 80 |  |  |  |  |
| a. 0 cells (0,0%) have expected count less than 5. **The minimum expected count is 8,40**. | | | | | |
| b. Computed only for a 2x2 table | | | | | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Symmetric Measures** | | | |
|  | | Value | Approx. Sig. |
| Nominal by Nominal | Phi | -,252 | ,024 |
| Cramer's V | ,252 | ,024 |
| N of Valid Cases | | 80 |  |

**Тумачење резултата**:

У фусноти испод табеле **Chi-Square Tests** налази се податак о броју поља чија је учесталост мања од пет. У овом примеру таквих поља нема. Минимална очекивана учесталост је 8,40.

У резултатима нас највише занима вредност **Pearson Chi-Square** дата у табели **Chi-Square Tests**. Међутим, када се има табела 2 са 2, треба употребити вредност у другом реду табеле **Continuity Correction**. То је тзв. Јејтсова корекција. У нашем примеру, коригована вредност износи 3,980 уз значајност од 0,046 дату у колони **Asymp. Sig. (2-sided)**). Да би резултат био значајан, величина **Sig.** треба да је 0,05 или мања.

0,046<0,05 → Одбацује се хипотеза .

**Закључак**: **Врста новина и географска локација читаоца су зависна обележја**.

**Величина утицаја**:

У процедури **Crosstabs** израчунава се више показатеља величине утицаја (тј. јачине везе између променљивих). За табеле 2 са 2, најчешће се користи коефицијент фи (**Phi**), што је коефицијент корелације у опсегу од 0 до 1, при чему већи број показује јачу везу између две променљиве. У нашем примеру, коефицијент фи је -0,252, што се сматра средњим утицајем по Коеновом критеријуму (1988):

0,1 – мали утицај,

0,3 – средњи утицај и

0,5 – велики утицај.

**19.0 Сензитивност и специфичност**

Испитаници су класификовани двоструко:

- испитаници су класификовани у две колоне: у првој колони су испитаници код којих је обољење заиста присутно (Д+), а у другој су испитаници код којих обољење не постоји (Д-).

- испитаници су класификовани у два реда: у првом реду су испитаници код којих је тест позитиван (Т+), а у другом реду су испитаници код којих је тест негативан (Т-).

На тај начин у четири ћелије ове табеле представљене су четири могуће комбинације. У првом реду (Т+), позитивни резултати теста могу бити или тачно-позитивни (ТП) или лажно-позитивни (ЛП), зависно од тога да ли болест заиста постоји. У другом реду (Т-), негативни резултати теста могу бити лажно-негативни (ЛН) или тачно-негативни (ТН) у зависности од присуства или одсуства болести.

Збир ТП+ЛП је укупан број пацијената који имају позитиван тест, а збир ЛН+ТН је укупан број пацијената који имају негативан резултат испитивања, а Н је величина узорка.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | Стварни статус болести | |  |
| Оболели (Д+) | Здрави (Д-) |  |
| Резултат индексног теста | Позитиван (Т+) | ТП | ЛП | ТП+ЛП |
| Негативан (Т-) | ЛН | ТН | ЛН+ТН |
|  | Укупно: | ТП+ЛН | ЛП+ТН | Н |

Сензитивност је мера тачности теста која се односи на популацију пацијената код којих болест постоји. То је способност теста да идентификује оне који стварно имају болест. Израчунава се као пропорција тачно позитивних од укупног броја оболелих:



Специфичност је мера тачности теста која се односи на популацију пацијената код којих болест не постоји. То је способност теста да искључи постојање болести. Израчунава се као пропорција тачно негативних од укупног броја здравих.



Свеукупна тачност израчунава се као пропорција тачних резултата:



Тестови са већом сензитивношћу су потребнији у ситуацијама где су лажно-негативни резултати мање пожељни него лажно-позитивни резултати. То је случај са неоплазмама где лажно-негативан резултат доводи до кашњења почетка терапије.

Тестови са већом специфичношћу су потребнији у ситуацијама где су лажно-позитивни резултати мање пожељни него лажно-негативни резултати. То је случај са болестима које непосредно не угрожавају живот или не умањују квалитет живота у знатној мери, а где би лажно-позитиван резултат могао да води ка ризичној терапијској интервенцији (на пример, операција).

**Пример**:

Циљ истраживања био је оцена тачности ултразвучног прегледа у детекцији повреда медијалног менискуса. Артроскопски налази узети су као референтни стандард. Резултати истраживања приказани су као ултразвучни налаз стања медијалног менискуса у односу на референтни стандард.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | Стање медијалног менискуса на основу артроскопије | |  |
| Повреда | Без повреде |  |
| Ултразвучни налаз стања | Повреда | 75 | 1 | 76 |
| Без повреде | 1 | 11 | 12 |
|  | Укупно: | 76 | 12 | 88 |

Укупно је 88 испитаника било обухваћено истраживањем. Од тог броја 76 испитаника је имало повреду медијалног менискуса, а 12 није. Ултразвучним налазом је добијено укупно 76 позитивних налаза: 75 тачно позитивних и 1 лажно позитиван. Добијено је 12 негативних налаза: 11 тачно негативних и 1 лажно негативан.

Оцене тачности ултразвучног прегледа медијалног менискуса су:

Сензитивност = 75 / 76 = 0.99

Специфичност = 11 / 12 = 0.92

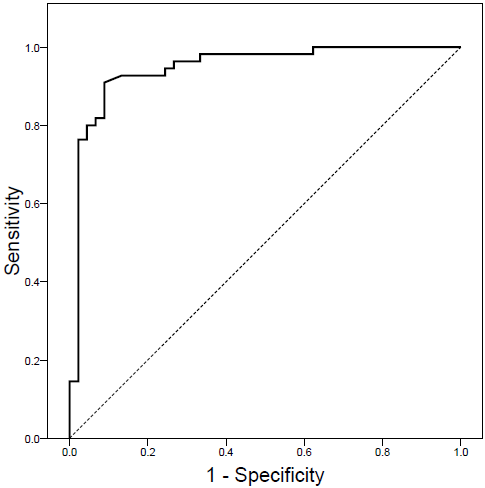
Свеукупна тачност = (75 + 11) / 88 = 0.98

Када одлука о дијагнози у великој мери зависи од начина интерпретације налаза од стране лекара (нпр. тумачење радиографије), онда применом строжих критеријума за постављање дијагнозе доводи до смањења сензитивности и повећања специфичности, а примена блажих критеријума доводи до повећања сензитивности и смањења специфичности.

За тестове који имају континуиране вредности понекад је тешко прихватити само једну граничну за доношење одлуке болесно/здраво. Прихватљивије је испитати дијагностичку тачност за више различитих граничних вредности.

**ROC (*Receiver Operating Characteristic*) крива**

Добар начин за приказ односа сензитивности и специфичности за тестове који су континуирани је ROC крива. На графичком приказу ROC криве сензитивност је представљена вертикалном осом, а стопа лажно позитивних (1 – специфичност) хоризонталном осом. Линија која иде од доњег левог угла ка горњем десном углу представљала би тест без дијагностичке корисности. Уколико је линија ближа ка левом горњем углу, тест има све већу дијагностичку тачност, јер тада сензитивност ближа јединици, а стопа лажно позитивних све ближа нули. Ако критеријум на тесту постаје строжији, крива се помера надоле и улево (нижа сензитивност, већа специфичност). Ако критеријум на тесту постаје блажи крива се помера ка горе и удесно (већа сензитивност, нижа специфичност).



Површина испод ROC криве може послужити као збирна, свеукупна мера дијагностичке корисности теста узимајући у обзир све могуће вредности прага. Када тест нема дијагностичку корисност, ROC крива се поклапа са дијагоналном линијом, а површина испод криве је једнака 0.5. Са порастом дијагностичке корисности, ROC крива се удаљава од дијагоналне линије расте и површина испод криве постаје ближа јединици односно максималној могућој површини испод криве. Што је већа површина испод ROC криве, тест има већу дијагностичку корисност.

**Предиктивне вредности**

Позитивна предиктивна вредност (PPV) односи се на испитанике код којих је тест позитиван. Израчунава се као пропорција оболелих од укупног броја позитивних на тесту:



Негативна предиктивна вредност (NPV) односи се на испитанике код којих је тест негативан. Израчунава се као пропорција здравих од укупног броја негативних на тесту



У примеру са ултразвучним налазом стања медијалног менискуса у односу на референтни стандард, предиктивне вредности износе:

PPV = 75 / 76 = 0.99

NPV = 11 / 12 = 0.92

Предиктивне вредности су под утицајем преваленце болести. Нпр. смањење преваленце (ретке болести) даје повећање стопе лажно позитивних и смањење позитивне предиктивне вредности.

**Пример са предавања**:

|  |
| --- |
| Табела 11.2 Креатинекиназа код болесника са нестабилном ангином и акутним инфарктом миокарда (АМI) (подаци од Frances Boa) |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Нестабилна ангина | | | | | | | АМI | | | 23 | 48 | 62 | 83 | 104 | 130 | 307 | 90 | 648 | | 33 | 49 | 63 | 84 | 105 | 139 | 351 | 196 | 894 | | 36 | 52 | 63 | 85 | 105 | 150 | 360 | 302 | 962 | | 37 | 52 | 65 | 86 | 107 | 155 | 311 | 1015 | | 37 | 52 | 65 | 88 | 108 | 157 | 325 | 1143 | | 41 | 53 | 66 | 88 | 109 | 162 | 335 | 1458 | | 41 | 54 | 67 | 88 | 111 | 176 | 347 | 1955 | | 41 | 57 | 71 | 89 | 114 | 180 | 349 | 2139 | | 42 | 57 | 72 | 91 | 116 | 188 | 363 | 2200 | | 42 | 58 | 72 | 94 | 118 | 198 | 377 | 3044 | | 43 | 58 | 73 | 94 | 121 | 226 | 390 | 7590 | | 45 | 58 | 73 | 95 | 121 | 232 | 398 | 11138 | | 47 | 60 | 75 | 97 | 122 | 257 | 545 | | 48 | 60 | 80 | 100 | 126 | 257 | 577 | | 48 | 60 | 80 | 103 | 130 | 297 | 629 | |

**Поступак у PASW Statistics-у**:

1. Отворити падајући мени **Analyze** и изабрати опцију **ROC Curve**.

2. У поље **Test Variable** пребацити непрекидну променљиву ***Kreatinekineza***.

3. У поље **State Variable** пребацити категоријску променљиву ***Bolest***.

4. У поље **Value of State Variable** унети ону вредност која одређује исход, на пример ***2***.

5. Означити поља **ROC Curve**, **With diagonal reference line**, **Standard error and confidence interval** и **Coordinate points of the ROC Curve**.

6. Кликнути на дугме **OK**.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Untitled | Untitled | Untitled |

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled | Untitled |

Добијени резултати:

| **Case Processing Summary** | |
| --- | --- |
| Bolest | Valid N (listwise) |
| Positivea | 27 |
| Negative | 93 |
| Larger values of the test result variable(s) indicate stronger evidence for a positive actual state. | |
| a. The positive actual state is AMI. | |



| **Area Under the Curve** | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Test Result Variable(s):Kreatinekineza | | | | |
| Area | Std. Errora | Asymptotic Sig.b | Asymptotic 95% Confidence Interval | |
| Lower Bound | Upper Bound |
| ,975 | ,017 | ,000 | ,000 | 1,000 |

| **Coordinates of the Curve** | | |
| --- | --- | --- |
| Test Result Variable(s):Kreatinekineza | | |
| Positive if Greater Than or Equal Toa | Sensitivity | 1 - Specificity |
| 22,00 | 1,000 | 1,000 |
| 28,00 | 1,000 | ,989 |
| 34,50 | 1,000 | ,978 |
|  |  |  |
| 184,00 | ,963 | ,108 |
| 192,00 | ,963 | ,097 |
| 197,00 | ,926 | ,097 |
| 212,00 | ,926 | ,086 |
| 229,00 | ,926 | ,075 |
| 244,50 | ,926 | ,065 |
| 277,00 | ,926 | ,043 |
| **299,50** | **,926** | **,032** |
| 304,50 | ,889 | ,032 |
| 309,00 | ,889 | ,022 |
|  |  |  |
| 5317,00 | ,074 | ,000 |
| 9364,00 | ,037 | ,000 |
| 11139,00 | ,000 | ,000 |

С обзиром да је  одбацује се нулта хипотеза , тј. површина испод ROC криве се статистички високо значајно разликује од површине испод дијагонале (0,5) и износи 0,975.

Гранични случај се добија када је производ сензитивности и специфичности максималан. А то је за вредност креатинекинезе од 299,50 при чему је сензитивност 0,926 а специфичност 0,968.

**20.0 Пирамида популације**

За овај пример користићемо датотеку с подацима ***survey3ED.sav***.

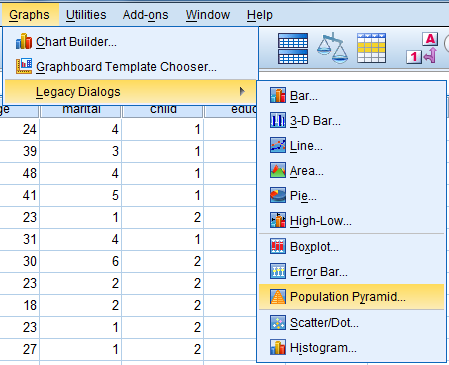
**Поступак у PASW Statistics-у**:

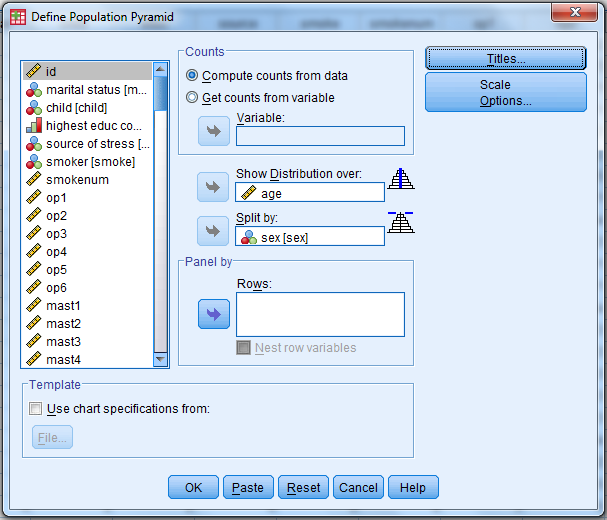
1. У оквиру падајућег менија **Graphs** изабрати подмени **Legacy Dialogs** и у оквиру њега опцију **Population Pyramid**.

2. У поље **Show Distribution over** преместити непрекидну променљиву ***age***.

3. У поље **Split by** преместити категоријску променљиву ***sex***.

4. Кликнути на дугме **OK**.







**21.0 Испитни задаци**

**Пример 1**:

Код 9 испитаника измерене су вредности албумина пре и после третмана.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Испитаник | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Пол | М | М | Ж | М | Ж | Ж | Ж | М | Ж |
| Старост | 38 | 36 | 54 | 26 | 19 | 37 | 50 | 55 | 61 |
| Пре | 58 | 52 | 53 | 46 | 58 | 49 | 46 | 53 | 51 |
| После | 65 | 60 | 51 | 49 | 68 | 55 | 40 | 59 | 44 |

а) Одредити колики проценат испитаника су жене.

б) Одредити просечну старост испитаника.

в) Одредити медијану за вредност албумина пре третмана.

г) Одредити да ли вредности албумина пре и после прате нормалну расподелу.

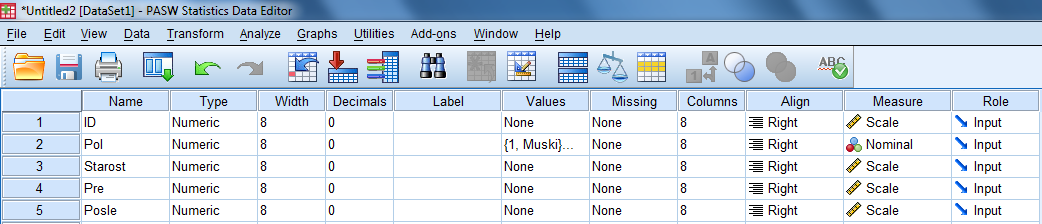
д) Да ли се може тврдити да је средња вредност албумина након третмана 60?

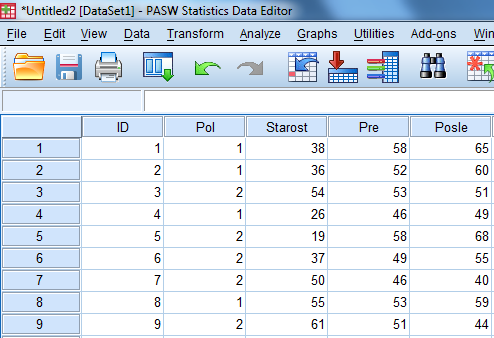
ђ) Да ли је дошло до значајног снижења нивоа албумина после третмана?

е) Испитати да ли постоји линеарна зависност између променљивих пре и после.

ж) Ако постоји линеарна зависност, одредити једначину регресионе праве.

Решење:





а) Одредити колики проценат испитаника су жене.

Analyze → Descriptive Statistics → Frequencies

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled | Untitled |

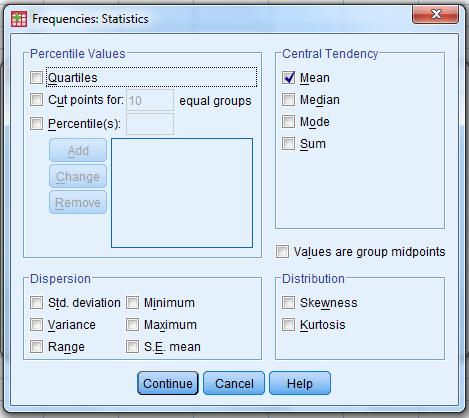
| **Pol** | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | Frequency | Percent | Valid Percent | Cumulative Percent |
| Valid | Musko | 4 | 44,4 | 44,4 | 44,4 |
| Zensko | 5 | 55,6 | **55,6** | 100,0 |
| Total | 9 | 100,0 | 100,0 |  |

**Међу испитаницима има 55,6% жена**.

б) Просечна старост испитаника

Analyze → Descriptive Statistics → Frequencies

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled | Untitled |



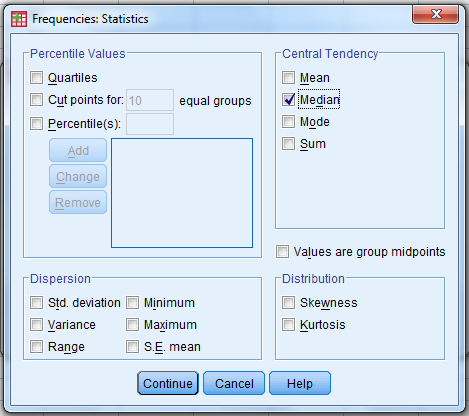
| **Statistics** | | |
| --- | --- | --- |
| Starost | | |
| N | Valid | 9 |
| Missing | 0 |
| Mean | | **41,78** |

**Просечна старост испитаника је 41,78 година**.

в) Медијана за вредност албумина пре третмана

Analyze → Descriptive Statistics → Frequencies

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled | Untitled |



| **Statistics** | | |
| --- | --- | --- |
| Pre | | |
| N | Valid | 9 |
| Missing | 0 |
| Median | | **52,00** |

**Медијана за вредност албумина пре третмана износи 52,00**.

г) Нормалност расподеле

Analyze → Descriptive Statistics → Explore

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled | Untitled |
|  | Untitled |

| **Tests of Normality** | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Kolmogorov-Smirnova | | | Shapiro-Wilk | | |
| Statistic | df | Sig. | Statistic | df | Sig. |
| Pre | ,169 | 9 | ,200\* | ,916 | 9 | **,362** |
| Posle | ,126 | 9 | ,200\* | ,974 | 9 | **,930** |
| a. Lilliefors Significance Correction | | | | | | |
| \*. This is a lower bound of the true significance. | | | | | | |

С обзиром да имамо мање од 50 податка посматрамо резултате Shapiro-Wilk-овог теста нормалности.

За вредности „пре“ – 0,362>0,05

За вредности „после“ – 0,93>0,05

**Значајност за обе променљиве је већа од 0,05 тако да закључујемо да вредности албумина пре и после третмана прате нормалну расподелу**.

д) Да ли се може тврдити да је средња вредност албумина након третмана 60?

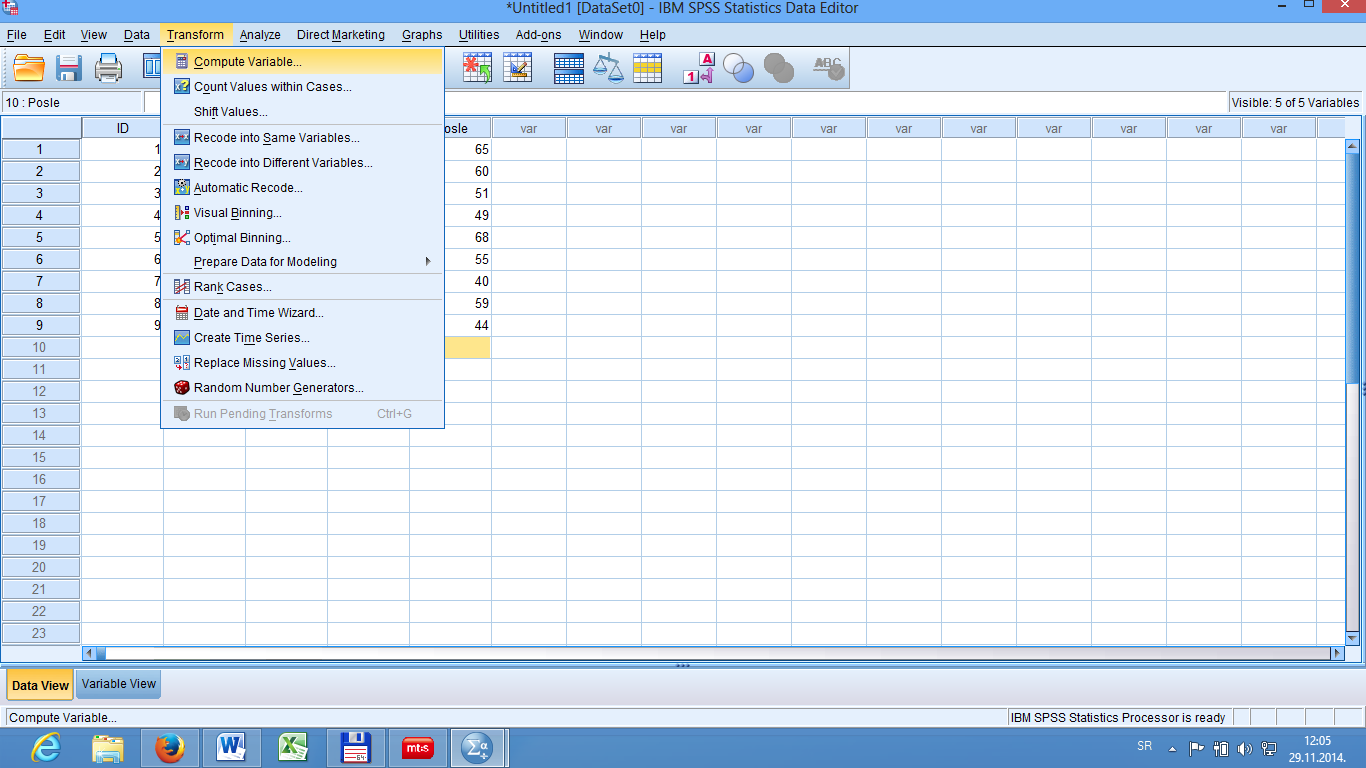
Analyze → Compare Means → One-Sample T Test

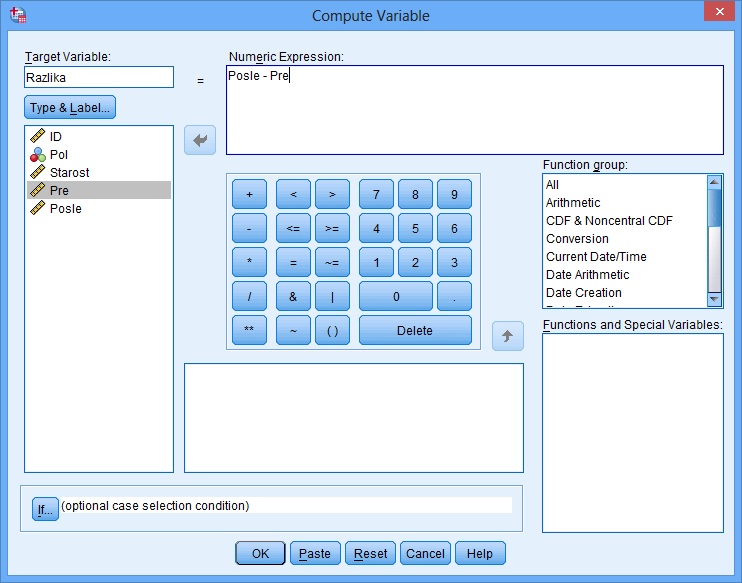
|  |  |
| --- | --- |
| Untitled | Untitled |

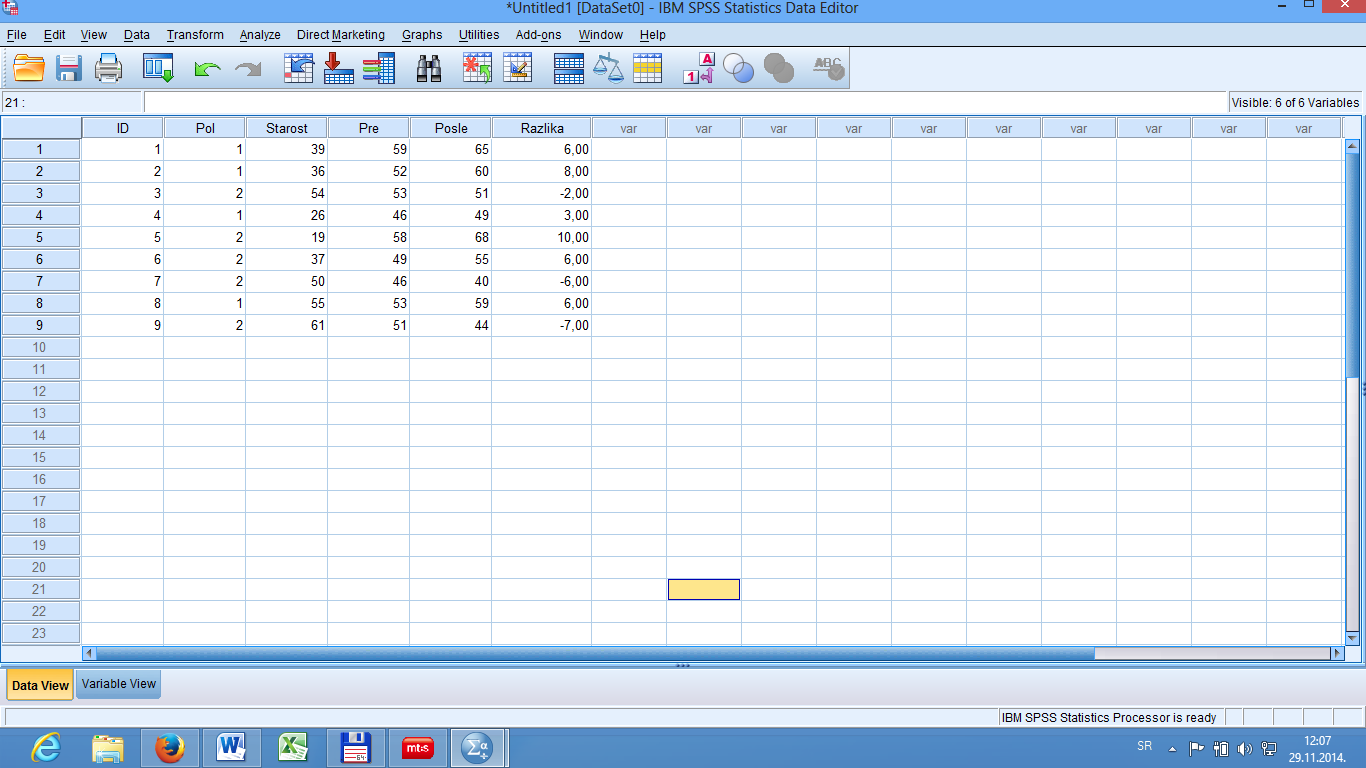
| **One-Sample Test** | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Test Value = 60 | | | | | |
| t | df | Sig. (2-tailed) | Mean Difference | 95% Confidence Interval of the Difference | |
| Lower | Upper |
| Posle | -1,738 | 8 | **,120** | -5,444 | -12,67 | 1,78 |

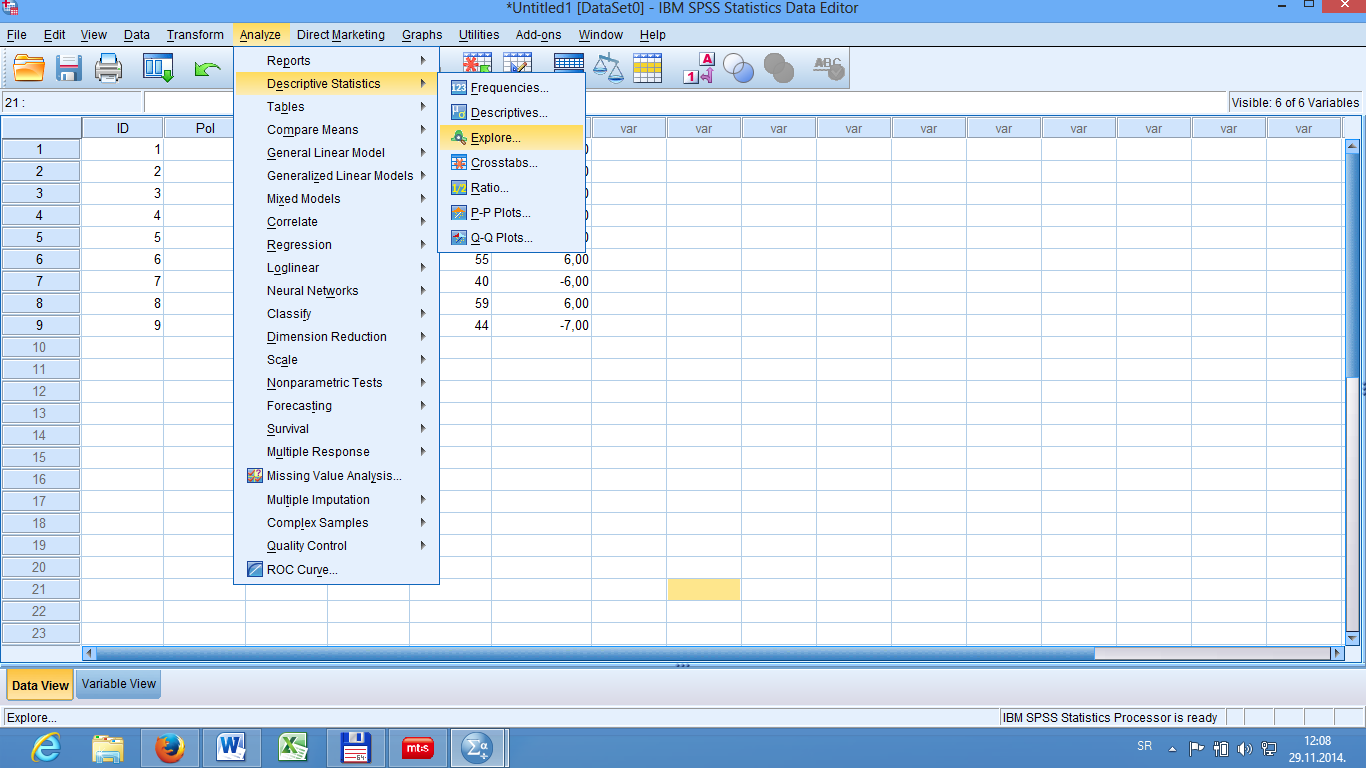
**С обзиром да је значајност 0,12>0,05 усваја се нулта хипотеза и можемо тврдити да је средња вредност албумина након третмана једнака 60**.

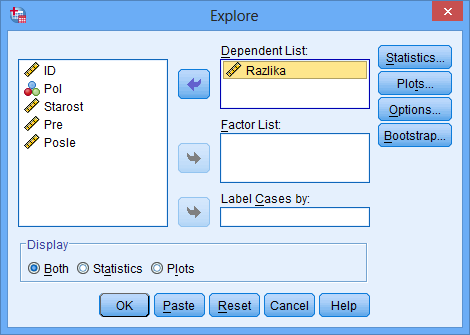
ђ) Да ли је дошло до значајног снижења нивоа албумина после третмана?

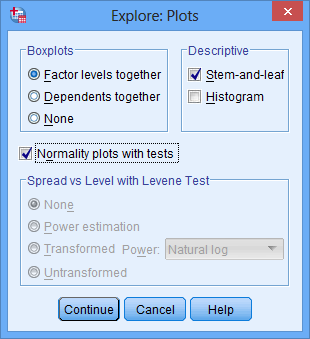










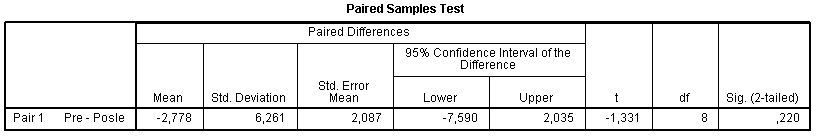


|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tests of Normality** | | | | | | |
|  | Kolmogorov-Smirnova | | | Shapiro-Wilk | | |
| Statistic | df | Sig. | Statistic | df | Sig. |
| Razlika | ,261 | 9 | ,079 | ,881 | **9** | **,160** |
| a. Lilliefors Significance Correction | | | | | | |

Подаци прате нормалну расподелу, примењујемо параметарски тест.

Analyze → Compare Means → Paired-Samples T Test

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled | Untitled |



**С обзиром да је значајност 0,22>0,05 усваја се нулта хипотеза и можемо тврдити да није дошло до значајног снижења нивоа албумина после третмана**.

е) Испитати да ли постоји линеарна зависност између променљивих пре и после.

Graphs → Legacy Dialogs → Scatter/Dot

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled  Untitled | Untitled |



**Назире се одређена линеарна зависност. Сада ћемо израчунати коефицијент корелације.**

Analyze → Correlate → Bivariate

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled | Untitled |

| **Correlations** | | | |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | Pre | Posle |
| Pre | Pearson Correlation | 1 | **,827**\*\* |
| Sig. (2-tailed) |  | ,006 |
| N | 9 | 9 |
| Posle | Pearson Correlation | **,827**\*\* | 1 |
| Sig. (2-tailed) | ,006 |  |
| N | 9 | 9 |
| \*\*. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed). | | | |

**С обзиром да је Пирсонов коефицијент 0,827 закључујемо да се ради о позитивној корелацији због предзнака “+”,о веома јакој корелацији јер је 0,827>0,5 и резултат је значајан 0,006<0,05 (уз Пирсонов коефицијент су две звездице)**.

ж) Ако постоји линеарна зависност, одредити једначину регресионе праве.

Analyze → Regression → Curve Estimation

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled | Untitled |

| **Model Summary and Parameter Estimates** | | | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Dependent Variable:Posle | | | | | | | | |
| Equation | | Model Summary | | | | | Parameter Estimates | |
| R Square | F | df1 | df2 | Sig. | Constant | b1 |
| dimension1 | Linear | ,684 | 15,149 | 1 | 7 | ,006 | **-36,684** | **1,762** |
| The independent variable is Pre. | | | | | | | | |

Једначина регресионе праве:





**Пример 2**:

На случајан начин су одабрани болесници у две болнице и мерен им је ниво албумина.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Болница 1 | 45 | 40 | 43 | 41 | 62 | 65 | 60 | 61 |  |
| Болница 2 | 65 | 60 | 51 | 49 | 68 | 55 | 40 | 59 | 44 |

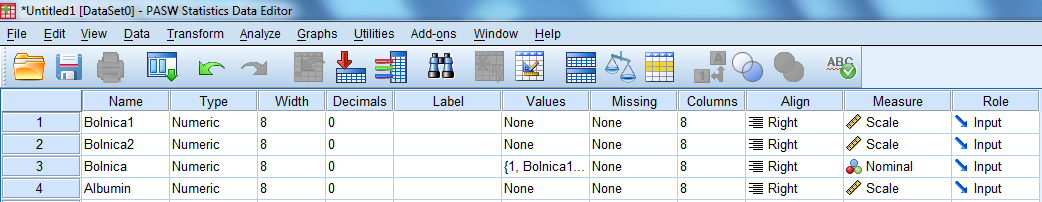
а) Одредити медијану за вредност албумина у болници 1.

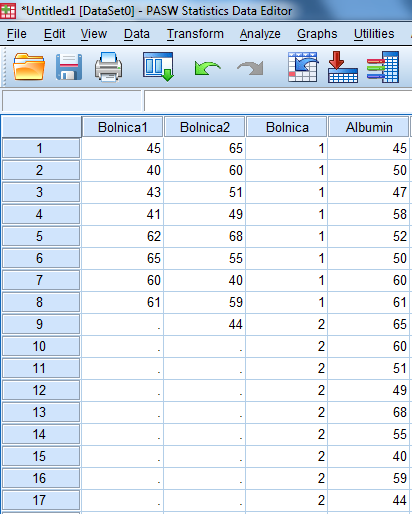
б) Одредити да ли вредности албумина у болници 1 и 2 прате нормалну расподелу.

в) Да ли се може тврдити да је средња вредност албумина у болници 2 једнака 60?

г) Да ли постоји статистички значајна разлика у вредности албумина у болницама 1 и 2?

Решење:

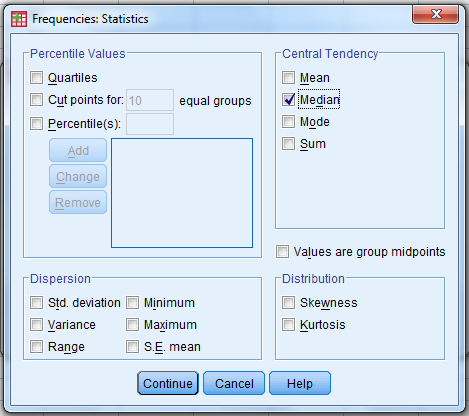




а) Одредити медијану за вредност албумина у болници 1.

Analyze → Descriptive Statistics → Frequencies

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled | Untitled |



| **Statistics** | | |
| --- | --- | --- |
| Bolnica1 | | |
| N | Valid | 8 |
| Missing | 9 |
| Median | | **52,50** |

**Медијана за вредност албумина пре третмана износи 53,50**.

б) Одредити да ли вредности албумина у болници 1 и 2 прате нормалну расподелу.

Analyze → Descriptive Statistics → Explore

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled | Untitled |
|  | Untitled |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tests of Normality** | | | | | | |
|  | Kolmogorov-Smirnova | | | Shapiro-Wilk | | |
| Statistic | df | Sig. | Statistic | df | Sig. |
| Bolnica1 | ,268 | 8 | ,094 | ,821 | **8** | **,048** |
| Bolnica2 | ,126 | 9 | ,200\* | ,974 | **9** | **,930** |

С обзиром да имамо мање од 50 податка посматрамо резултате Shapiro-Wilk-овог теста нормалности.

За вредности „Болница1“ – 0,048<0,05

За вредности „Болница2“ – 0,937>0,05

**Значајност за Болницу 1 је мања од 0,05 тако да закључујемо да вредности албумина у Болници 1 не прате нормалну расподелу.**

**Значајност за Болницу 2 је већа од 0,05 тако да закључујемо да вредности албумина у Болници 2 прате нормалну расподелу.**

в) Да ли се може тврдити да је средња вредност албумина у болници 2 једнака 60?

Analyze → Compare Means → One-Sample T Test

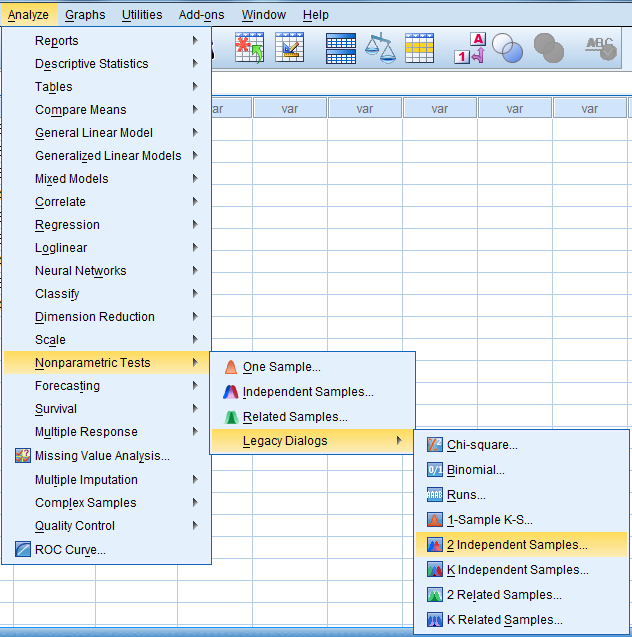
|  |  |
| --- | --- |
| Untitled | Untitled |

| **One-Sample Test** | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Test Value = 60 | | | | | |
| t | df | Sig. (2-tailed) | Mean Difference | 95% Confidence Interval of the Difference | |
| Lower | Upper |
| Bolnica2 | -1,738 | 8 | **,120** | -5,444 | -12,67 | 1,78 |

**С обзиром да је значајност 0,12>0,05 усваја се нулта хипотеза и можемо тврдити да је средња вредност албумина у болници 2 једнака 60.**

г) Да ли постоји статистички значајна разлика у вредности албумина у болницама 1 и 2?

Analyze → Nonparametric Tests → Legacy Dialogs → 2 Independent Samples



|  |  |
| --- | --- |
| Untitled | Untitled |

| **Test Statisticsb** | |
| --- | --- |
|  | Albumin |
| Mann-Whitney U | 32,500 |
| Wilcoxon W | 68,500 |
| Z | -,337 |
| Asymp. Sig. (2-tailed) | **,736** |
| Exact Sig. [2\*(1-tailed Sig.)] | ,743a |

**С обзиром да је значајност 0,736>0,05 усваја се нулта хипотеза и можемо тврдити да нема статистички значајне разлике у вредностима албумина у болницама 1 и 2.**